

UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Faculdade de Ciências e Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica e Industrial



**Implementação do Controlo Estatístico do Processo
na Sociedade Central de Cervejas S. A.**

Por
Joana Dias Pereira Machado

Dissertação apresentada na Faculdade de Ciências e
Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa para
obtenção do Grau de Mestre em Engenharia de Gestão Industrial

Orientador: Professora Ana Sofia Matos

Lisboa
Maio de 2010

À minha **Mãe**,
porque sem ela nada
disto seria possível

Agradecimentos

A elaboração desta Dissertação não teria sido possível sem o apoio incansável de inúmeras pessoas. Assim sendo, gostaria de expressar os meus mais sinceros agradecimentos a todos.

Um especial agradecimento à minha mãe, por me ter proporcionado os meios e por ter acreditado em mim mantendo sempre a paciência ao longo de todos os meus anos de universitária. À minha irmã, pela amizade demonstrada e à Cookie, pela companhia e carinho ao longo desta jornada.

Ao Hugo, pelo seu carinho e amizade durante toda esta caminhada. Agradeço-lhe também pela companhia e boa disposição nas longas horas de estudo e elaboração deste trabalho.

Não poderia deixar de referir a minha colega e amiga Marisa, com quem partilhei os melhores e os piores momentos durante toda a minha vida universitária. Agradeço-lhe por toda a amizade e cumplicidade demonstradas nas longas horas de estudo, nos trabalhos realizados em conjunto e por todo o apoio nos momentos de maior desânimo.

Ao Engenheiro Carlos Otero, do ISQ, sem o qual nunca teria sido possível a elaboração desta Dissertação numa unidade fabril tal como sempre desejei.

À Direcção da Sociedade Central de Cervejas S. A., por ter autorizado a realização deste trabalho.

Ao Engenheiro Pedro Sousa, da Sociedade Central de Cervejas, por todo o auxílio à realização deste estudo e disponibilidade demonstrada na resposta a todas as questões por mim colocadas. Gostaria ainda de lhe agradecer pelos preciosos conhecimentos transmitidos acerca do processo de fabrico.

Ao Dr. Joaquim Pedro Silva, da Sociedade Central de Cervejas, pela simpatia e disponibilidade demonstradas.

À Professora Ana Sofia Matos, o meu sincero obrigado pela sua simpatia, disponibilidade e transmissão de conhecimentos que se revelaram de grande importância para a elaboração da presente Dissertação.

Finalmente a todos os Professores, com os quais tive o prazer de aprender ao longo destes dois anos de Mestrado.

A todos os nomeados, Muito Obrigada!

Resumo

Considerando o papel cada vez mais importante da Qualidade na indústria, o presente trabalho teve como principal objectivo a implementação do Controlo Estatístico do Processo (SPC) a um processo de produção de cerveja.

Os dados utilizados neste estudo foram fornecidos pela Sociedade Central de Cervejas S. A. e referem-se às características da qualidade da cerveja Sagres, Cor e Extracto Primitivo - nas fases produtivas de Brassagem, Guarda e Filtração.

Antes de iniciar o SPC foi necessário ajustar o melhor modelo ARIMA e aplicar o Método Iterativo de Detecção de Outliers a cada uma das séries de dados, de forma a eliminar os efeitos por eles introduzidos que poderiam deturpar as conclusões do estudo.

Na Fase I da aplicação do SPC foram determinados os valores dos resíduos, considerando os modelos ARIMA ajustados anteriormente, e os limites de controlo a aplicar às cartas de controlo SCC. Após estas determinações, foram construídas as cartas SCC para cada uma das séries.

Seguidamente, deu-se início à Fase II onde foram determinados os valores das constantes para cada uma das cartas de controlo a aplicar – SCC, EWMAres, EWMAST e MCEWMA-, foi efectuada uma análise comparativa do desempenho de cada uma das cartas e foi efectuada uma monitorização do processo. Devido à escassez de tempo, esta monitorização foi efectuada recorrendo a “dados frescos” mas históricos, o que impossibilitou a correcção imediata das causas especiais de variação detectadas.

Por último, foi efectuada um estudo da capacidade do processo para dados não normais, uma vez que as séries utilizadas não seguiam uma distribuição Normal.

Abstract

Considering the increasingly important role of Quality in the industry, this work had as main objective, the implementation of Statistical Process Control (SPC) to a process of beer production.

The data used in this study were provided by Sociedade Central de Cervejas S. A. and refer to the quality characteristics of Sagres beer, Color and Primitive Extract - in production phases of Brewing, Maturation and Filtration.

Before starting the SPC was necessary to adjust the best ARIMA model and apply the Iterative Method for Detecting Outliers in each data series, in order to eliminate the effects they have introduced that could distort the findings of the study.

In Phase I of the application of SPC were determined residual values, whereas the ARIMA model fitted previously, and the control limits to be applied to control charts SCC. After these determinations, were built SCC charts for each series.

Secondly, has begun Phase II where it was determined the values of the constants for each control chart - SCC EWMAres, EWMAST and MCEWMA-, was made a comparative analysis of the performance of control charts and the process monitoring. Due to shortage of time, this monitoring was carried out using "fresh data" but historical, making impossible the correction of the special causes of variation detected.

Finally was made a study of the ability of process whit non normal data.

Abreviaturas

ARIMA (p,d,q)	Modelo auto-regressivo de ordem p, diferenciação de ordem d e de médias móveis de ordem q
ARL	Número médio ao fim do qual se detecta uma situação fora de controlo
AR(p)	Modelo auto-regressivo de ordem p
Carta CUSUM	Carta de Somas Acumuladas
ARIMA (p,d,q)	Modelo auto-regressivo de ordem p, diferenciação de ordem d e de médias móveis de ordem q
ARL	Número médio ao fim do qual se detecta uma situação fora de controlo
AR(p)	Modelo auto-regressivo de ordem p
ARMA (p,q)	Modelo auto-regressivo de ordem p e de médias móveis de ordem q
Carta CUSUM	Carta de Somas Acumuladas
Carta EWMA	Carta de Média Móvel Exponencialmente Amortecida
Carta EWMAST	Carta de Controlo de Médias Móveis Exponencialmente Amortecida para Processos Estacionários
Carta EWMAres	Carta de Média Móvel Exponencialmente Amortecida, determinados a partir dos resíduos
Carta MCEWMA	Carta EWMA com limites móveis
Carta M-M	Carta de Montgomery e Mastrangelo
Carta SCC	Carta para Causas Especiais
DAM	Desvio médio absoluto
FAC	Função de Auto-correlação
FACE	Função de Auto-correlação Estimada
FACP	Função de Auto-correlação Parcial
FACPE	Função de Auto-correlação Parcial Estimada

LC	Linha Central
LC _t	Linha Central no instante t para a carta MCEWMA
LIC	Limite Inferior de Controlo
LIC _t	Limite Inferior de Controlo no instante t para a carta MCEWMA
LSC	Limite Superior de Controlo
LSC	Limite Superior de Controlo no instante t para a carta MCEWMA
MA(q)	Modelo de Média Móvel de ordem q
MAD	Modelo Iterativo que utiliza a mediana do desvio absoluto
MIDO	Modelo Iterativo de Detecção de <i>Outliers</i>
MR	Amplitudes Móveis
<i>Outlier AO</i>	<i>Outlier</i> aditivo
<i>Outlier IO</i>	<i>Outlier</i> de inovação
SDRL	Desvio padrão da Distribuição de “Run Length”
SPC	Controlo Estatístico do Processo
Teste K-S	Teste Kolmogorov-Smirnov

Simbologia

A_t	Erro amortecido no instante t
a_t	“Ruído Branco” no período t
B	Operador de Desfasamentos
C_p	Índice de Potencial de Capacidade do Processo
C_{pk}	Índice de Capacidade do Processo
D	Estatística do Teste Kolmogorov-Smirnov
d	Número de ordem de diferenciação
d_2, D_3, D_4	Factores para a construção da carta de médias e amplitudes
e_j	Frequência absoluta esperada para cada classe
e_t	Resíduo (erro) no instante t
E_t	Soma cumulativa dos erros de previsão
$EWMA_t$	Valor da estatística EWMA determinada no instante t
E_0	Valor da estatística EWMA determinada no instante inicial
$EWMAS_t$	Valor da estatística EWMAST determinada no instante t
$F_0(x)$	Função de Distribuição Normal
$(f_e)_j$	Frequência relativa esperada para cada classe
k	Tempo de resposta do sistema ou atraso do sistema
K	Constante a multiplicar ao desvio padrão da estatística para a determinação dos limites das cartas de controlo de Shewhart
K_s	Valor crítico para o índice do erro amortecido
K_C	Valor crítico para o índice dos erros acumulados
L^{EWMAST}	Constante das cartas EWMAST

L^{MCEWMA}	Constante das cartas MCEWMA
$L^{EWMAres}$	Constante das cartas EWMA de resíduos
L_p	Percentil à direita de 99,865%
\tilde{M}	Mediana
m	Número de classes
\overline{MR}	Valor médio das médias móveis
n	Dimensão de cada amostra
N	Número de Dados (observações individuais)
p	Ordem da componente Auto-regressia
P_k	Matriz de Auto-correlação $k \times k$
q	Ordem da componente de Médias Móveis
$S(x)$	Função de Distribuição Amostral
T_C	Índice dos erros acumulados
T_S	Índice do erro amortecido
U_p	Percentil à direita de 0,135%
ω	Efeito dos <i>outliers</i> na série
X_t	Observação t
Y_t	Série de ruído branco
Z_t	Série limpa de <i>outliers</i>
α	Nível de significância ou risco do tipo I; considerado igualmente a constante de amortecimento da determinação do valor do desvio médio absoluto (DAM)
β	Risco do tipo II

δ	Alteração no parâmetro médio do processo
ν	Número de graus de liberdade
χ^2	Estatística do Qui-Quadrado
μ	Média
σ	Desvio Padrão
λ	Constante de alisamento exponencial da carta EWMA, EWMAST, EWMAres
$\rho_k = r_k$	Coefficientes de Correlação
ϕ_{kk}	Coefficiente de Auto-correlação Parcial
$\phi(B)$	Operador auto-regressivo de ordem p
$\theta(B)$	Operador de médias móveis de ordem q
∇	Operador de diferenças
ξ	Parâmetro que determina a média do processo para um modelo ARIMA
σ_a^2	Variância relativa ao “ruído branco”
$\hat{\sigma}_a^2$	Valor estimado para a variância da série de “ruído branco”
σ_{EWMA}^2	Variância da estatística EWMA
σ_{ep}	Desvio padrão dos erros de previsão
ρ_j	Coefficiente de correlação de desfasamento j
γ_j	Auto-covariância de desfasamento j

Índice Geral

Agradecimentos	II
Resumo	III
Abstract	IV
Abreviaturas	V
Simbologia	VII
Índice Geral.....	X
Índice de Figuras	XV
Índice de Tabelas	XXI

Capítulo 1. Introdução.....2

1.1 Justificação do Tema.....	2
1.2 Objectivos.....	2
1.3 Estrutura da Dissertação.....	3

Capítulo 2. Caracterização da Empresa.....6

2.1 Apresentação.....	6
2.2 Qualidade na Sociedade Central de Cervejas.....	6
2.3 Produtos.....	7
2.3.1 Cervejas.....	7
2.3.2 Sidras.....	8
2.3.3 Águas.....	8
2.3.4 Refrigerantes.....	9

2.4	História da Sociedade Central de Cervejas, S.A.....	9
2.5	Produção de Cerveja.....	11
2.5.1	Matérias-primas.....	11
2.5.2	Processo de Fabrico.....	12
2.5.2.1	Maltagem.....	13
2.5.2.2	Brassagem.....	13
2.5.2.3	Fermentação.....	15
2.5.2.4	Guarda ou Maturação.....	15
2.5.2.5	Filtração.....	16
2.5.2.6	Enchimento.....	16
Capítulo 3.	Abordagem Teórica.....	19
3.1	Abordagem Tradicional ao Controlo Estatístico do Processo.....	19
3.1.1	Principio das Cartas de Controlo.....	19
3.1.1.1	Cartas de Controlo Tradicionais.....	21
3.1.1.2	Medidas de Desempenho das Cartas de Controlo.....	22
3.1.1.3	Regras para a Detecção de Causas Especiais de Variação.....	24
3.1.2	Normalidade dos Dados.....	25
3.1.2.1	Teste Qui-Quadrado.....	26
3.1.2.2	Teste Kolmogorov-Smirnov.....	27
3.1.3	Capacidade do Processo.....	29
3.1.3.1	Capacidade do Processo para Dados Normalmente Distribuídos.....	29
3.1.3.2	Capacidade do Processo para Dados Não Normais.....	31
3.2	Controlo Estatístico do Processo com Dados Auto-Correlacionados.....	32
3.2.1	Função de Auto-Correlação (FAC).....	33

3.2.2	Função de Auto-Correlação Parcial (FACP).....	34
3.2.3	Modelos ARIMA - Metodologia Box-Jenkins.....	35
3.2.3.1	Identificação.....	37
3.2.3.2	Estimação.....	40
3.2.3.3	Avaliação.....	40
3.2.4	Cartas de Controlo de Processos com Dados Auto-Correlacionados.....	41
3.2.4.1	Abordagem Sem Definição de Modelo Matemático (ARIMA).....	42
3.2.4.2	Abordagem Baseada em Modelo Matemático (ARIMA).....	47
3.3	Outliers.....	49
3.3.1	Procedimento Iterativo de Detecção de Outliers.....	51
3.3.1.1	Etapas de Detecção de Outliers.....	51
3.3.1.2	Etapas de Estimação dos Parâmetros.....	53
Capítulo 4. Metodologia de Aplicação.....		55
4.1	Análise Preliminar dos Dados.....	55
4.1.1	Identificação de Variáveis, Definição do Plano de Recolha dos Dados para Análise e Avaliação dos Sistemas de Medição.....	56
4.1.2	Tratamento e Validação dos Dados.....	58
4.2	Controlo Estatístico do Processo.....	61
4.2.1	FASE I: Estimação dos Parâmetros do Processo.....	63
4.2.2	FASE II: Monitorização do Processo.....	64
4.3	Estudo da Capacidade do Processo.....	71
Capítulo 5. Abordagem Experimental.....		73
5.1	Identificação das Variáveis em Estudo.....	73

5.2	Recolha e Tratamento Inicial dos Dados.....	73
5.2.1	Avaliação do Sistema de Medição.....	74
5.3	Tratamento e Validação dos Dados.....	75
5.3.1	Reposição de Dados em Falta.....	75
5.3.2	Identificação de Possíveis <i>Outliers</i>	75
5.3.2.1	Representação Gráfica.....	76
5.3.2.2	Estudo da FAC e FACP.....	77
5.3.2.3	Modelo Iterativo de Detecção de <i>Outliers</i>	78
5.3.2.4	Melhor Método para a Identificação de <i>Outliers</i>	80
5.4	Aplicação de Cartas de Controlo.....	81
5.4.1	Fase I: Definição dos Parâmetros do Processo.....	81
5.4.2	Fase II.....	83
5.4.2.1	Determinação dos Valores das Constantes para cada uma das Cartas de Controlo ($ARL = 370$).....	83
5.4.2.2	Análise Comparativa do Desempenho das Cartas de Controlo a Alterações na Média do Processo.....	85
5.4.2.3	Monitorização do Processo.....	95
5.5	Capacidade do Processo.....	99
 Capítulo 6. Conclusões e Recomendações.....		104
6.1	Conclusões e Recomendações.....	104
6.2	Propostas para Trabalhos Futuros.....	108
 Bibliografia.....		110

Anexos.....	113
I. Tabelas Necessárias à Aplicação do Teste Kolmogorov-Smirnov.....	113
II. Figuras referentes à Abordagem Experimental.....	115
II.1 Representação Gráfica das Funções de Auto-correlação (FAC) e Auto-correlação Parcial (FACP).....	115
II.2 FASE I: Cartas de Controlo SCC.....	117
II.3 Validação dos Modelos ARIMA Escolhidos na Fase I.....	118
II.4 Verificação da Normalidade dos Dados.....	120
III. Análise Comparativa do Desempenho das Cartas de Controlo a Alterações na Média do Processo para um Modelo AR(1).....	122

Índice de Figuras

Capítulo 2

Figura 2.1: Diagrama representativo do processo de produção de cerveja.....	17
--	----

Capítulo 3

Figura 3.1: Carta de controlo referente ao parâmetro ω	20
Figura 3.2: Divisão da carta de controlo de Shewhart em três zonas, A, B e C.....	25
Figura 3.3: Exemplo de correlograma representativo da função de auto-correlação (FAC).....	34
Figura 3.4: Exemplo de correlograma representativo da função de auto-correlação parcial (FACP).....	35

Capítulo 4

Figura 4.1: Identificação das quatro fases que compõem a análise preliminar dos dados.....	55
Figura 4.2: Fases de identificação de variáveis, definição do plano de recolha dos dados para análise e avaliação dos sistemas.	56
Figura 4.3: Fase de tratamento e validação dos dados.	58
Figura 4.4: Modelo iterativo de detecção de <i>outliers</i> , para dados auto-correlacionados.	60
Figura 4.5: Aspectos a considerar na implementação de cartas de controlo.....	61
Figura 4.6: Etapas da metodologia de aplicação de cartas univariadas.	62
Figura 4.7: Estimação dos parâmetros do processo (Fase I).	63
Figura 4.8: Estimação do desvio padrão a aplicar na carta de controlo EWMAST.....	65
Figura 4.9: Estimação do desvio padrão e do valor d_0 a aplicar na carta de controlo MCEWMA.	66

Figura 4.10: Determinação dos valores das constantes a utilizar no cálculo dos limites da carta EWMA de resíduos.....	67
Figura 4.11: Determinação dos valores das constantes a utilizar no cálculo dos limites da carta EWMAST.	68
Figura 4.12: Determinação dos valores das constantes a utilizar no cálculo dos limites da carta MCEWMA.....	69
Figura 4.13: Análise do desempenho das cartas de controlo.	70
Figura 4.14: Estudo da capacidade do processo.....	71

Capítulo 5

Figura 5.1: Representação gráfica da série de dados Cor – Brassagem.....	76
Figura 5.2: Representação gráfica da série de dados Cor – Guarda.....	76
Figura 5.3: Representação gráfica da série de dados Cor – Filtração.....	76
Figura 5.4: Representação gráfica da série de dados Extracto – Brassagem.....	76
Figura 5.5: Representação gráfica da série de dados Extracto – Guarda.....	76
Figura 5.6: Representação gráfica da série de dados Extracto – Filtração.....	76
Figura 5.7: Representação gráfica da série de dados Extracto – Filtração, após a remoção dos erros grosseiros.....	77
Figura 5.8: Representação gráfica da Função de Auto-correlação da série Cor – Brassagem.....	77
Figura 5.9: Representação gráfica da Função de Auto-correlação Parcial da série Cor – Brassagem.....	77
Figura 5.10: Carta de Controlo de resíduos SCC considerando a série de dados Cor - Brassagem.....	82
Figura 5.11: Alterações no parâmetro da média do processo (Cor Brassagem).....	87
Figura 5.12: Ampliação das alterações no parâmetro da média do processo (Cor Brassagem).....	87

Figura 5.13: Alterações no parâmetro da média do processo (Cor Guarda).....	88
Figura 5.14: Ampliação das alterações no parâmetro da média do processo (Cor Guarda).....	88
Figura 5.15: Alterações no parâmetro da média do processo (Cor Filtração).....	90
Figura 5.16: Ampliação das alterações no parâmetro da média do processo (Cor Filtração).....	90
Figura 5.17: Alterações no parâmetro da média do processo (Extracto Brassagem).....	91
Figura 5.18: Ampliação das alterações no parâmetro da média do processo (Extracto Brassagem).....	91
Figura 5.19: Alterações no parâmetro da média do processo (Extracto Guarda).....	93
Figura 5.20: Ampliação das alterações no parâmetro da média do processo (Extracto Guarda).....	93
Figura 5.21: Alterações no parâmetro da média do processo (Extracto Filtração).....	94
Figura 5.22: Ampliação das alterações no parâmetro da média do processo (Extracto Filtração).....	94
Figura 5.23: Função de Auto-correlação (FAC) para verificação do modelo ARIMA escolhido na Fase I para a característica Cor na fase de Brassagem.....	96
Figura 5.24: Carta de controlo EWMA de resíduos (Cor – Brassagem).....	97
Figura 5.25: Carta de controlo EWMA de resíduos (Cor – Guarda).....	97
Figura 5.26: Carta de controlo EWMA de resíduos (Cor – Filtração).....	97
Figura 5.27: Carta de controlo EWMA de resíduos (Extracto – Brassagem).....	98
Figura 5.28: Carta de controlo SCC (Extracto – Brassagem).....	98
Figura 5.29: Carta de controlo EWMA de resíduos (Extracto – Guarda).....	99
Figura 5.30: Carta de controlo EWMA de resíduos (Extracto – Filtração).....	99
Figura 5.31: Gráfico de análise da Normalidade dos dados da característica Cor na fase de Brassagem.....	100

Figura 5.32: Gráfico do estudo da capacidade do processo para a característica Cor na fase de Brassagem.....	101
Figura 5.33: Gráfico do estudo da capacidade do processo para a característica Cor na fase de Guarda.....	101
Figura 5.34: Gráfico do estudo da capacidade do processo para a característica Cor na fase de Filtração.....	101
Figura 5.35: Gráfico do estudo da capacidade do processo para a característica Extracto na fase de Brassagem.....	101
Figura 5.36: Gráfico do estudo da capacidade do processo para a característica Extracto na fase de Filtração.....	102
Figura 5.37: Gráfico do estudo da capacidade do processo para a característica Extracto na fase de Guarda.....	102

Anexo II

Figura II.1.1: Representação gráfica da Função de Auto-correlação da série Cor–Guarda.....	115
Figura II.1.2: Representação gráfica da Função de Auto-correlação da série Cor -Filtração.....	115
Figura II.1.3: Representação gráfica da Função de Auto-correlação Parcial da série Cor–Guarda.....	115
Figura II.1.4: Representação gráfica da Função de Auto-correlação Parcial da série Cor–Filtração.....	115
Figura II.1.5: Representação gráfica da Função de Auto-correlação da série Extracto–Brassagem.....	116
Figura II.1.6: Representação gráfica da Função de Auto-correlação da série Extracto–Guarda.....	116

Figura II.1.7: Representação gráfica da Função de Auto-correlação da série	
Extracto-Filtração.....	116
Figura II.1.8: Representação gráfica da Função de Auto-correlação Parcial da série	
Extracto-Brassagem.....	116
Figura II.1.9: Representação gráfica da Função de Auto-correlação Parcial da série	
Extracto-Guarda.....	116
Figura II.1.10: Representação gráfica da Função de Auto-correlação Parcial da série	
Extracto – Filtração.....	116
Figura II.2.1: Carta de Controlo de resíduos SCC considerando a série de dados	
Cor - Guarda.....	117
Figura II.2.2: Carta de Controlo de resíduos SCC considerando a série de dados	
Cor-Filtração.....	117
Figura II.2.3: Carta de Controlo de resíduos SCC considerando a série de dados	
Cor-Brassagem.....	117
Figura II.2.4: Carta de Controlo de resíduos SCC considerando a série de dados	
Extracto-Filtração.....	117
Figura II.2.5: Carta de Controlo de resíduos SCC considerando a série de dados	
Extracto-Guarda.....	118
Figura II.3.1: Função de Auto-correlação (FAC) para verificação do modelo	
ARIMA escolhido na Fase I (Cor - Guarda).....	118
Figura II.3.2: Função de Auto-correlação (FAC) para verificação do modelo	
ARIMA escolhido na Fase I (Cor – Filtração).....	118
Figura II.3.3: Função de Auto-correlação (FAC) para verificação do modelo	
ARIMA escolhido na Fase I (Extracto – Brassagem).....	119
Figura II.3.4: Função de Auto-correlação (FAC) para verificação do modelo	
ARIMA escolhido na Fase I (Extracto – Guarda).....	119

Figura II.3.5: Função de Auto-correlação (FAC) para verificação do modelo ARIMA escolhido na Fase I (Extracto – Filtração).....	119
Figura II.4.1: Gráfico de análise da Normalidade dos dados da característica Cor na fase de Guarda.....	120
Figura II.4.2: Gráfico de análise da Normalidade dos dados da característica Cor na fase de Filtração.....	120
Figura II.4.3: Gráfico de análise da Normalidade dos dados da característica Extracto na fase de Brassagem.....	121
Figura II.4.4: Gráfico de análise da Normalidade dos dados da característica Extracto na fase de Guarda.....	121
Figura II.4.5: Gráfico de análise da Normalidade dos dados da característica Extracto na fase de Filtração.....	121

Anexo III

Figura III.1: Alterações no parâmetro da média do processo (AR(1)).....	123
Figura III.2: Ampliação das alterações no parâmetro da média do processo (AR(1)).....	123

Índice de Tabelas

Capítulo 3

Tabela 3.1: Valores mínimos recomendados para os índices de capacidade.....	31
Tabela 3.2: Comportamento das Funções de Auto-Correlação e Auto-correlação Parcial para os diferentes modelos ARIMA	38

Capítulo 5

Tabela 5.1: Dimensão das amostras de cada fase entre 01.10.2008 e 26.04.2009.	74
Tabela 5.2: Modelos utilizados, inicialmente, na aplicação do Modelo Iterativo de Detecção de Outliers para cada uma das séries.	79
Tabela 5.3: Modelos finais utilizados na aplicação do Modelo Iterativo de Detecção de Outliers para cada uma das séries.	79
Tabela 5.4: Número de outliers detectados nas séries através do Modelo de Detecção de Outliers e da aplicação de Cartas de Controlo e – MR.....	80
Tabela 5.5: Valores das constantes para a determinação dos limites de controlo das cartas EWMAST.	84
Tabela 5.6: Valores das constantes para a determinação dos limites de controlo das cartas MCEWMA.....	84
Tabela 5.7: Valores das constantes para a determinação dos limites de controlo das cartas EWMA de resíduos.	85
Tabela 5.8: Valores de ARL e SDRL para diferentes alterações no parâmetro médio do processo (Cor Brassagem).	86
Tabela 5.9: Valores de ARL e SDRL para diferentes alterações no parâmetro médio do processo (Cor Guarda).	88
Tabela 5.10: Valores de ARL e SDRL para diferentes alterações no parâmetro médio do processo (Cor Filtração).	89

Tabela 5.11: Valores de ARL e SDRL para diferentes alterações no parâmetro médio do processo (Extracto Brassagem).	91
Tabela 5.12: Valores de ARL e SDRL para diferentes alterações no parâmetro médio do processo (Extracto Guarda).	92
Tabela 5.13: Valores de ARL e SDRL para diferentes alterações no parâmetro médio do processo (Extracto Filtração).	94
Tabela 5.14: Dimensão das amostras de cada fase entre 27.04.2009 e 12.07.2009.....	95
Tabela 5.15: Valores de Cp e Cpk para cada uma das fases produtivas.....	102

Anexo I

Tabela I.1: Valores críticos da distribuição da estatística D para amostras de dimensão n e populações Normais com parâmetros conhecidos.....	113
Tabela I.2: Valores críticos da distribuição da estatística D para populações Normais e parâmetros estimados a partir de amostras de dimensão n.	114

Anexo III

Tabela III.1: Valores de ARL e SDRL para diferentes alterações no parâmetro médio de um processo AR(1).	122
---	-----

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1. Introdução

1.1 Justificação do Tema

Ao longo dos anos a Qualidade tem vindo a desempenhar um papel cada vez mais fundamental nas organizações. A indústria cervejeira não é excepção, tendo como objectivo um produto com grande qualidade para fazer face à competitividade e para satisfazer as necessidades dos consumidores.

A implementação do Controlo Estatístico do Processo permite monitorizar o comportamento do processo através de cartas de controlo estatístico, reduzir a variabilidade e determinar se o processo tem capacidade para produzir de acordo com as especificações. Esta ferramenta torna-se bastante útil na medida em que a exigência por parte dos clientes e a forte concorrência, exigem uma produção estável e com o mínimo de variabilidade possível em torno dos valores nominais das características da qualidade.

Todos os aspectos referidos anteriormente são a base da motivação que levaram à decisão da aplicação do Controlo Estatístico do Processo a duas características da qualidade – Cor e Extracto Primitivo – em várias fases do processo produtivo da cerveja Sagres. Considera-se que a Sociedade Central de Cervejas S. A. irá beneficiar deste estudo na medida em que este permitirá monitorizar e controlar o seu processo produtivo, originando um conhecimento mais profundo da dinâmica de todo o processo.

1.2 Objectivos

A presente Dissertação tem como principal objectivo aplicar o Controlo Estatístico do Processo (SPC – *Statistical Process Control*) a uma indústria cervejeira, com o intuito de reduzir a variabilidade subjacente ao processo e, consequentemente, melhorar a qualidade do seu produto final.

O Controlo Estatístico do Processo utiliza, como principal ferramenta, as cartas de controlo. Como principais objectivos da sua utilização podem destacar-se quatro, de certa forma

indissociáveis entre si: monitorização (várias características da qualidade em simultâneo) do comportamento do processo ao longo do tempo, identificação de situações de perturbação que possam ocorrer, redução da variabilidade subjacente ao processo e estimação dos parâmetros do processo.

O último objectivo associado à aplicação das cartas de controlo - estimação dos parâmetros do processo - irá permitir efectuar um estudo da capacidade do processo. A realização do estudo da capacidade do processo permite, numa primeira fase, avaliar se o mesmo tem capacidade de cumprir uma dada especificação técnica e numa segunda fase, identificar de que forma é possível melhorar a sua capacidade ou se existem limitações técnicas.

A concretização do trabalho proposto irá conduzir, seguramente, à obtenção de um conhecimento mais alargado sobre o funcionamento do processo de fabrico de cerveja, permitindo melhorar a qualidade do mesmo, através da aplicação de uma ferramenta estatística de monitorização e do estudo da capacidade do processo.

1.3 Estrutura da Dissertação

A presente Dissertação é constituída por 6 capítulos em que se pretende aplicar o Controlo Estatístico a um processo de produção de cerveja, tendo como objectivo a melhoria da qualidade do produto final.

Capítulo 1 – **Introdução:** apresentam-se as motivações que levaram à execução do presente trabalho assim como a definição dos principais objectivos a que este se propõe. Este capítulo apresenta ainda a descrição da estrutura de todo o trabalho e o resumo dos pontos essenciais de cada um dos capítulos, de modo a facilitar a compreensão de todo o texto.

Capítulo 2 - **Caracterização da Empresa:** pretende-se dar a conhecer a empresa onde foi desenvolvida a presente Dissertação, através da apresentação de um pequeno resumo da sua história e da apresentação da sua gama de produtos. Neste capítulo encontram-se ainda descritas todas as fases do processo de produção de cerveja, bem como cada uma das matérias-primas utilizadas.

Capítulo 3 - **Abordagem Teórica:** são apresentados todos os fundamentos teóricos necessários à aplicação do Controlo Estatístico do Processo (Capítulo 4). Este capítulo inicia-se com uma abordagem tradicional ao Controlo Estatístico, que está na base de todo o estudo aqui desenvolvido. Como os dados utilizados na presente Dissertação revelaram ser auto-correlacionados, é apresentado neste capítulo toda a teoria necessária à aplicação do Controlo Estatístico utilizando este tipo de dados. Por último, são apresentadas todas as considerações necessárias à detecção de possíveis *outliers*, sendo atribuída especial atenção ao Modelo Iterativo de Detecção de *Outliers*.

Capítulo 4 - **Metodologia de Aplicação:** tem como objectivo efectuar uma ligação entre a revisão bibliográfica (Capítulo 3) e o trabalho experimental desenvolvido (Capítulo 5), explicando cada um dos passos seguidos na aplicação do Controlo Estatístico ao processo em estudo. Para uma melhor compreensão da metodologia proposta, este capítulo foi elaborado com recurso a fluxogramas.

Capítulo 5 - **Abordagem Experimental:** consiste na aplicação e validação da metodologia proposta no capítulo 4. Este capítulo termina com a apresentação das cartas de controlo mais adequadas para cada uma das características em cada uma das fases do processo.

Capítulo 6 - **Conclusões e Recomendações:** encerra a Dissertação apresentando todas as conclusões retiradas ao longo da elaboração do presente estudo e respectivas recomendações de actuação futura. São ainda apresentadas, neste capítulo, propostas para uma futura implementação do Controlo Estatístico do Processo a outras características da Qualidade.

CAPÍTULO 2

CARACTERIZAÇÃO DA EMPRESA

2 Caracterização da Empresa

2.1 Apresentação

A Sociedade Central de Cervejas, S.A. é uma empresa com cerca de 75 anos, que tem como principal actividade a produção e comercialização de malte, cervejas, águas e refrigerantes.

A Fábrica de Vialonga, situada na Estrada da Alfarrobeira em Vialonga, Concelho de Vila Franca de Xira é também a sede da Sociedade Central de Cervejas, tendo como principal actividade a produção e comercialização de malte, cerveja, água e refrigerantes. Nesta fábrica são produzidas e engarrafadas as cervejas das marcas Sagres e suas variantes, com e sem álcool, Imperial e ainda outras marcas específicas direccionadas para o mercado de exportação.

A empresa detém ainda outras duas unidades industriais, Luso e Vacariça, onde são captadas as águas minerais e de nascente, Luso e Cruzeiro respectivamente, e ainda as Termas do Luso.

A Sociedade Central de Cervejas estabelece como missão “ser reconhecida como a melhor empresa de bebidas em Portugal, com um crescimento sustentado e gerando uma sempre melhor rentabilidade do capital investido.”.

“Juntos, fazemos as marcas que as pessoas adoram beber.” é a visão da Sociedade Central de Cervejas e Bebidas.

2.2 Qualidade na Sociedade Central de Cervejas

Em Junho de 1996 o Sistema de Qualidade da Central de Cervejas foi certificado de acordo com a norma ISO 9001, pelo Instituto Português da Qualidade, tornando-a primeira cervejeira portuguesa a ser distinguida com o Certificado da Qualidade.

Em Abril de 2008, na sequência dos esforços desenvolvidos pela Empresa, foi atribuída à Fábrica de Vialonga da Sociedade Central de Cervejas e Bebidas, pela Agência Portuguesa do Ambiente a Licença Ambiental, uma obrigação legal para as indústrias de grande dimensão, e que vigorará até 2013.

Foi também concedida, pela APCER à Sociedade Central de Cervejas - Vialonga, a Certificação Ambiental de acordo com a norma NP EN ISO 14001. Este certificado é válido por 3 anos, sendo a Empresa alvo de auditorias de acompanhamento anuais.

2.3 Produtos

Seguidamente serão apresentadas as várias marcas e tipos de cervejas, sidras, águas e refrigerantes comercializadas pela Sociedade Central de Cervejas.

2.3.1 Cervejas

Sagres Branca – leve, de cor dourada, medianamente encorpada, de carácter seco e um amargor agradável;



Sagres Preta - escura, medianamente encorpada, com agradável “bouquet” a caramelo. Assume-se como a “bebida alternativa para uma imensa minoria que quer descobrir a diferença”;

Sagres Limalight - feita com extractos naturais de limão, o que a torna leve e muito refrescante;



Sagres Bohemia - ruiva, com um carácter intenso, aroma frutado, espuma cremosa e uma cor âmbar avermelhada;



Sagres Zero, Branca, Preta e Limalight – cerveja sem álcool com um corpo ligeiro e um carácter assumidamente refrescante.



Heineken – a cerveja internacional Premium mais reconhecida em todo o mundo. Possui um aroma bem balanceado, com algumas notas frutadas, amargor equilibrado e sabor refrescante;



Guinness, "Draught" e Extra Stout - complexa, suscita claramente notas de cevada torrada e caramelo, sabor robusto e bastante encorpado com cremosas notas finais;



Kilkenny – de cor avermelhada, levemente torrada, cremosa, com um sabor doce mas com notas amargas e aromáticas.



John Smith's, original/Bitter e Extra Smooth - forte carácter lúpulado, com notas suaves de malte;



Foster's - sabor equilibrado, caracteriza-se por uma sensação imediatamente cremosa e amarga e um aroma puro e distinto a malte;

Bud – um misto de tradições Americanas, como o uso de arroz para tornar a cerveja mais leve, e tradições Europeias que não é mais do que acrescentar à 2ª fermentação do mosto pedaços de madeira de Freixo, conseguindo assim um sabor aromático e uma fermentação mais eficiente.



2.3.2 Sidras

Strongbow - fabricada a partir de pequenas maçãs ácidas. De cor dourada, esta sidra tem sabor doce e muito refrescante;



Bulmers – o seu sucesso foi tão grande que hoje produz cerca de 65% dos 500 milhões de litros de sidra consumida no Reino Unido.



2.3.3 Águas

Cruzeiro – água de Nascente, pouco mineralizada, com óptimas características para o mercado alimentar dada a sua composição química muito equilibrada.



Luso - líder incontestada do mercado nacional de águas engarrafadas no segmento de águas lisas. É uma água muito leve e a única marca de água engarrafada a nível mundial que ostenta o símbolo de marca de produto certificado;



Luso Formas (limão, morango, manga, ananás, chá verde e pêra, maçã verde temperada com framboesas e natural) - é a primeira e única bebida do Mundo a integrar fibras solúveis na sua composição, ajudando a controlar o apetite e o peso;



Rítmo Luso (limão, cereais e kiwi) - a primeira bebida à base de água, do mercado nacional, que regula o trânsito intestinal através de uma combinação única de Água de Luso (97,2%) e Fiber-Regulax II, um composto de fibras naturais especialmente desenvolvido pela equipa de Investigação & Desenvolvimento da Água de Luso.



Luso Fresh (limão, Goiaba/lima, Laranja/Framboesa e Pêssego/Ananás) - água ligeiramente gaseificada, aliando o poder revitalizante do gás ao poder hidratante da Água de Luso.



2.3.4 Refrigerantes

Joi (Laranja, Laranja/Maracujá, Maçã, Limão, Ananás e Manga/Laranja) - líder no segmento dos refrigerantes diluídos tradicionais;



Gama Schweppes – Desta gama fazem parte as marcas Schweppes, Trina, Trina Néctar, Vital Trina, Pink Fish, Champomy e Energade a que se juntou em Outubro de 2008 o Joi.



2.4 História da Sociedade Central de Cervejas, S.A.

A *Sociedade Central de Cervejas* nasce em 1934 com a junção de quatro das mais prestigiadas cervejeiras portuguesas - *Portugália*, *Estrela*, *Coimbra* e *Jansen* - e ainda com a aquisição da mais antiga cervejaria do país - *Cervejaria da Trindade* - bem como o que restava das instalações da sua fábrica de cerveja. Foi sempre uma empresa de actividade dedicada à produção e comercialização de cerveja, águas e refrigerantes, demonstrando uma enorme entrega e dedicação na produção e comercialização dos seus produtos.

Um grande desenvolvimento da empresa foi observado nos anos 40 do século XX, com o lançamento de duas marcas bem conhecidas, a cerveja Sagres e a Imperial, sendo esta última uma marca de luxo que ainda hoje é utilizada para identificar a cerveja de barril.

Foi em 1968 que a fábrica de Vialonga, a maior fábrica de cerveja do país, iniciou a laboração, mantendo-se ainda hoje activa. Desta unidade fabril fazem parte uma malteria e uma fábrica de cerveja.

Em Abril de 1975, logo após a revolução, a Sociedade Central de Cervejas é nacionalizada, mas só após a revisão constitucional de 1989 foi possível a sua privatização. Desta feita, um grupo cervejeiro colombiano torna-se o seu principal accionista.

É então em 2000 que se dá nova alteração na constituição do capital accionista, através da sua venda a um grupo de investidores portugueses. No entanto, no Verão desse mesmo ano, este grupo viria a ceder uma posição de 49% ao grupo cervejeiro internacional *Scottish & Newcastle*. Este grupo, está colocado entre os 10 maiores produtores mundiais de cerveja e um dos maiores da Europa Ocidental. Mais tarde, em Maio de 2003, esta multinacional viria a comprar o resto do capital da empresa, o que lhe permitiu deter o controlo de 100% das acções. A Sociedade Central de Cervejas passou assim a fazer parte integrante do grupo que lidera o sector cervejeiro britânico e que, simultaneamente, é um dos maiores grupos europeus do sector.

Na sua busca contínua pela inovação, a Sociedade Central de Cervejas lançou a nível mundial as águas Formas Luso, em 2006, e a cerveja Sagres Zero preta, em 2007. Em 29 de Abril de 2008, como resultado de negociações, concretiza-se a aquisição da Sociedade Central de Cervejas pela Heineken. É ainda nesse ano que a Sociedade Central de Cervejas se destaca no mercado nacional das águas, lançando as Ritmos Luso, a primeira bebida à base de água que regula o trânsito intestinal.

Provando a sua preocupação pelo ambiente, em 2009, é atribuída a licença ambiental à fábrica de Vialonga da Sociedade Central de Cervejas e Bebidas. Actualmente, a *Sociedade Central de Cervejas* ocupa o 2º lugar no mercado cervejeiro português e é líder no mercado de águas e refrigerantes.

2.5 Produção de Cerveja

A cerveja é uma bebida obtida por fermentação alcoólica, mediante leveduras seleccionadas de um mosto preparado a partir de malte de cereais, principalmente cevada, e outras matérias-primas amiláceas ou açucaradas, ao qual foram adicionadas flores de lúpulo ou seus derivados e água potável (Sobral, 2003).

2.5.1 Matérias-primas

As principais matérias-primas utilizadas no fabrico da cerveja são a água, o malte e o lúpulo, podendo ser ainda utilizados outros cereais e açúcares (adjuvantes de fabricação). Devem ainda considerar-se as leveduras, que apesar de não serem uma matéria-prima são responsáveis pela transformação do mosto em cerveja.

Água

A água utilizada na produção de cerveja pode ser fornecida pela rede de abastecimento público ou captada em furos. Em qualquer um dos casos a água tem de ser tratada de modo a estar isenta de substâncias prejudiciais (ex: insecticidas, detergentes, etc.), devendo ainda ser sujeita a correcções (ex: ajuste de pH). Os minerais contidos na água podem influenciar o sabor da cerveja pelo que as suas quantidades devem estar bem definidas (Sobral e Moura, 1986).

Malte

O malte é o resultado da germinação da cevada, durante um período limitado de tempo, sob condições controladas. Esta matéria-prima é bastante importante no processo produtivo, na medida em que variando as condições de maltagem (temperatura e humidade) podem obter-se diferentes cores e características aromáticas na cerveja.

Lúpulo

A flor feminina do lúpulo, rica em grãos de lupulina e óleos essenciais, confere à cerveja o travo amargo e parte do aroma que lhe é característico. Devido à vulnerabilidade da flor, às consequentes dificuldades de armazenagem e ao facto de a produção em grande escala exigir características constantes, o lúpulo é hoje utilizado na forma de extracto ou granulado (Sobral e Moura, 1986).

Adjuvantes de fabricação

Os adjuvantes de fabricação são utilizados como fonte de hidratos de carbono, que contribuem com açúcares para o mosto, e ainda no ajuste de algumas propriedades da cerveja. Podem ser grãos crus ou xaropes de açúcar, sendo estes últimos utilizados maioritariamente por razões económicas pois produzem extracto a baixo custo. Os grãos crus habitualmente utilizados são os de milho, podendo no entanto recorrer-se também a grãos de cevada, arroz ou trigo.

Leveduras

As leveduras são microrganismos utilizados no fabrico da cerveja. As estirpes que se utilizam foram melhoradas em laboratório ao longo de várias gerações. A escolha da estirpe utilizada varia com o tipo de cerveja pretendido, bem como com o tipo de fermentação utilizada (alta ou baixa). Este tipo de microrganismos tem como função transformar os açúcares fermentescíveis do mosto em álcool e outros subprodutos, que constituem a base de toda a variedade de aromas da cerveja.

2.5.2 Processo de Fabrico

O processo de fabrico da cerveja envolve várias etapas: maltagem (fabricação de malte), brassagem (fabricação de mosto), fermentação, guarda ou maturação, filtração e enchimento.

2.5.2.1 Maltagem

O processo de maltagem é um processo longo e natural, no fim do qual a cevada estará transformada em malte. Num espaço de sete dias, a cevada vai passar por três fases: a molha, a germinação e a secagem (SCC: Sociedade Central de Cervejas, 2009).

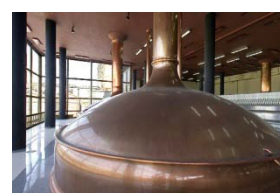
Depois de limpa e calibrada a cevada é imersa em tinas com recirculação de água e arejamento, alternando com períodos a seco para que a cevada não perca a sua vitalidade, até atingir um teor de humidade necessário para iniciar a germinação (cerca de 42%). Após a molha (1 dia), a cevada passa para caixas de germinação onde será submetida a um regime de humidade, temperatura e arejamento controlados. É durante a germinação que vão ser formadas e activadas as enzimas de desagregação dos tecidos de reserva da cevada, permitindo que o amido dos grãos se solubilize e degrade quando utilizado na fase seguinte do processo de fabrico (Brassagem). A germinação tem uma duração média de 5 dias, no final da qual a cevada (que nesta altura já é denominada malte verde) é transferida para as estufas de secagem. Quando o processo de desagregação é considerado suficiente, a germinação é interrompida, secando-se o malte até teores em humidade na ordem dos 4%. A secagem é realizada em estufas, durante cerca de 20 horas, por circulação de ar quente através do malte. As temperaturas e os tempos de secagem variam consoante a qualidade do malte que se pretende obter, sendo por isso bastante controlados (sem fogo directo) (SCC: Sociedade Central de Cervejas, 2009). Esta operação confere ao malte características particulares ao nível da cor, aroma e gosto (Sobral e Moura, 1986).



Depois de seco e de serem retiradas as pequenas raízes desnecessárias ao processo, o grão de malte fica em estabilização durante um mês, período após o qual estará apto para ser utilizado.

2.5.2.2 Brassagem

Nesta fase do processo pretende obter-se um meio com a composição ideal para a fermentação (mosto), procedendo-se a uma solubilização



dos nutrientes presentes no malte e no *gritz* de milho (saís, açúcares, aminoácidos, lípidos, fosfatos e vitaminas) (SCC: Sociedade Central de Cervejas, 2009). Esta solubilização é conseguida criando condições de temperatura e acidez que favoreçam a actuação das enzimas.

Existem dois métodos para a fabricação de mosto: por infusão e por decocção. O método de infusão é maioritariamente utilizado no Reino Unido na fabricação de cervejas de fermentação alta. Por outro lado o método de decocção é o mais utilizado na fabricação do mosto, pelo que será descrito de seguida.

Na caldeira de empastagem mistura-se o malte, previamente moído, com água. Simultaneamente, na caldeira das caldas, o *gritz* de milho é misturado com água e um pouco de malte que fornece as enzimas necessárias à destruição térmica das pontes de hidrogénio e liquefacção do amido presente no *gritz*. A temperatura de ambas as caldeiras é progressivamente aumentada, de forma controlada, de modo a favorecer as reacções necessárias à transformação do amido.

Após a fase de transformação do amido, o mosto é filtrado separando-se a fase líquida da fase sólida (Dreche: vendida como subproduto para a alimentação de gado).

O mosto filtrado é enviado para uma caldeira de ebulição, onde é sujeito a uma temperatura de 100°C durante cerca de 90 minutos. A ebulição esteriliza o mosto, permitindo a eliminação de aromas e sabores indesejados por remoção de compostos voláteis. É nesta fase, durante a ebulição, que o lúpulo é adicionado conferindo o amargor característico da cerveja.

Após a fervura o mosto é enviado para um tanque (Whirlpool) onde permanece em repouso durante aproximadamente 1 hora. As partículas em suspensão (utilizadas na produção de rações para animais ou como fertilizantes) depositam-se no fundo do tanque, sendo posteriormente removidas por decantação (clarificação).

Após a clarificação, o mosto é arrefecido num permutador de calor até uma temperatura de aproximadamente 10-12°C para fermentações baixas (Sobral e Moura, 1986). Este arrefecimento é bastante importante uma vez que a temperatura máxima de sobrevivência das leveduras, utilizadas na filtração, é de cerca de 40°C.

A partir desta fase, as condições de assépsia terão de ser completamente asseguradas, de modo a serem evitadas contaminações (Sobral e Moura, 1986).

Esta fase do processo dura cerca de 10 horas.

2.5.2.3 Fermentação

A fermentação é a reacção desencadeada aquando da colocação das leveduras num meio nutritivo (mosto), contendo açúcares, dando origem a álcool, dióxido de carbono e outros subprodutos (Sobral e Moura, 1986). Esta fase do processo demora entre 10 e 12 dias.



O mosto arrefecido, as leveduras e ar são introduzidos num fermentador de modo a dar início à fermentação. Após uma primeira fase de adaptação das leveduras (fase lag) as células multiplicam-se e inicia-se a fermentação alcoólica, com libertação de dióxido de carbono (fase exponencial). Numa terceira fase (fase estacionária), após o consumo dos nutrientes necessários à fermentação, a produção de álcool e dióxido de carbono está perfeitamente assegurada (Sobral e Moura, 1986).

Durante todo o processo de fermentação a temperatura é rigorosamente controlada. Quando é atingido o extracto considerado limite, a temperatura é bruscamente reduzida provocando a sedimentação natural das leveduras. Estas podem ser posteriormente reutilizadas em inoculações até um máximo de sete gerações (número máximo de fases estacionárias suportadas pela levedura) (Sobral e Moura, 1986). Também o CO₂ libertado na fermentação é recuperado, limpo e armazenado em estado líquido, para posterior utilização no enchimento, na carbonatação da cerveja, na contrapressão de tanques, etc.

2.5.2.4 Guarda ou Maturação

Esta fase do processo é efectuada a baixas temperaturas (-1°C), durante um período limitado de tempo (10 a 15 dias), permitindo uma estabilização, maturação e equilíbrio das características organolépticas da cerveja. Durante a guarda dá-se a deposição das leveduras residuais e das partículas amorfas que turvam a cerveja, que serão eliminadas na fase seguinte do processo produtivo (filtração).



2.5.2.5 Filtração

Após o período de guarda, a cerveja é inoculada com auxiliares de filtração e passa por dois filtros que retêm as leveduras e outros compostos precipitados, conferindo à cerveja a transparência e brilho característicos. A cerveja filtrada é guardada em tanques onde sofre o processo de carbonatação, através da adição de CO₂, de modo a corrigir o seu teor. A cerveja é então guardada em tanques para passar à fase de enchimento.



2.5.2.6 Enchimento

Depois de filtrada, a cerveja é dirigida para uma enchedora/capsuladora onde se procederá ao enchimento e capsulamento das garrafas.

Durante o enchimento a cerveja entra em contacto com o ar, o que pode detiorá-la, pelo que a enchedora começa por expulsar todo o O₂ existente na garrafa, colocando-a em vácuo, procedendo de seguida à pressurização da garrafa com CO₂. O passo seguinte é o enchimento das garrafas em contra-pressão de modo a evitar a formação de espuma. Depois de cheias, as garrafas passam por um jacto de água quente sob pressão controlada, obrigando a cerveja a espumar um pouco de modo a expulsar o O₂ existente. Este jacto permite ainda rectificar o nível de cerveja nas garrafas. Por último a enchedora/capsuladora coloca cápsulas nas garrafas.



Durante a fase de enchimento a cerveja é ainda pasteurizada. A pasteurização pode ser efectuada de duas formas: por túnel ou por permutador flash. Na pasteurização por túnel, a cerveja depois de engarrafada é sujeita a temperaturas crescentes no interior do pasteurizador. No permutador flash é pasteurizada antes do enchimento (Sobral e Moura, 1986).

Depois de cheias e capsuladas as garrafas passam por um rotulador onde são colocados os rótulos, seguindo para uma engradadora onde serão colocadas em grades para que possam depois ser armazenadas para posterior distribuição.

A Figura 2.1 representa todas as etapas do processo de fabrico da cerveja.

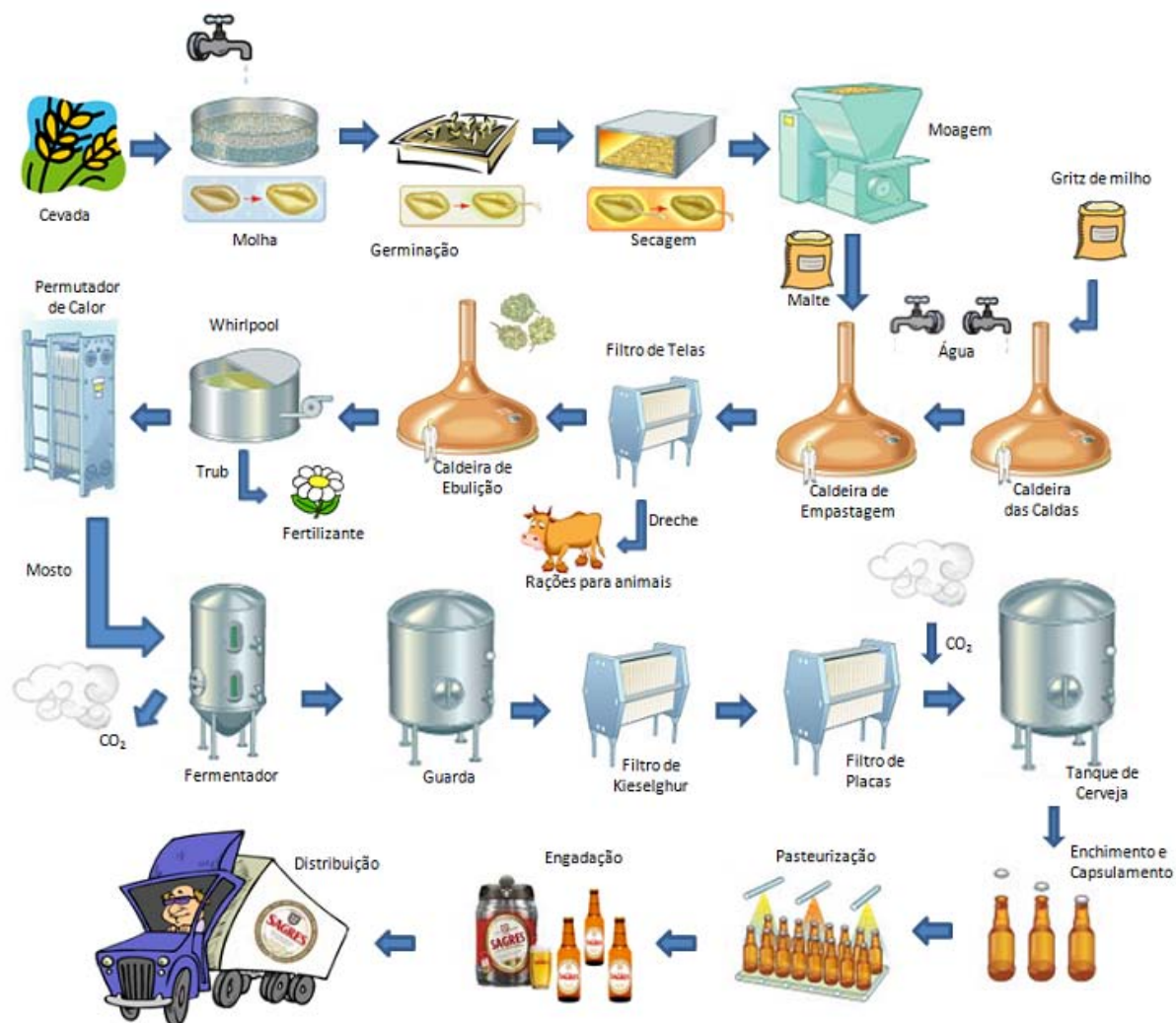


Figura 2.1: Diagrama representativo do processo de produção de cerveja.

Após um conhecimento mais alargado acerca do processo de fabrico da cerveja, foi então possível desenvolver a presente Dissertação.

CAPÍTULO 3
ABORDAGEM TEÓRICA

3 Abordagem Teórica

3.1 Abordagem Tradicional ao Controlo Estatístico do Processo

A crescente exigência por parte dos clientes, relativamente à qualidade, obriga a que os processos produtivos sejam estáveis e apresentem uma variabilidade mínima em torno dos valores alvo ou nominais das características da qualidade. Para que isto seja possível, grande parte dos processos necessita da implementação de metodologias que permitam contornar o problema. O Controlo Estatístico do Processo (SPC: *Statistical Process Control*) permite monitorizar o comportamento do processo através de cartas de controlo estatístico, identificar situações de perturbação no processo, reduzir a variabilidade do processo e determinar, a partir dos parâmetros do processo, se este é capaz de produzir de acordo com as especificações.

3.1.1 Princípio das Cartas de Controlo

As cartas de controlo são ferramentas gráficas que permitem controlar o comportamento de uma ou mais características da qualidade ao longo do tempo. Estes gráficos são constituídos por dois limites de controlo (LSC- Limite Superior de Controlo, LIC – Limite Inferior de Controlo), que permitem delimitar o andamento natural do processo, e uma linha central (LC) que corresponde ao valor médio do parâmetro da qualidade em estudo. Os limites, superior e inferior de controlo, são equidistantes da linha central por se assumir que o processo em estudo segue uma distribuição normal, logo simétrica. Estes limites estão localizados a $\pm 3\sigma_0$ da linha central, o que corresponde a considerar que a probabilidade de um ponto se encontrar entre os limites de controlo é de 99,73% (Pereira e Requeijo, 2008). Na Figura 3.1 está representada, de forma esquemática, uma carta de controlo.

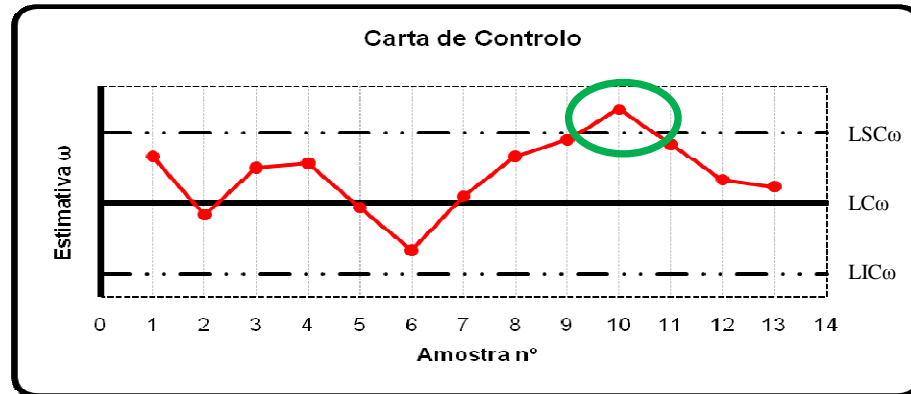


Figura 3.1: Carta de controllo referente à estimativa ω .

Independentemente das características do processo em estudo o procedimento de construção e implementação das cartas de controllo envolve sempre duas fases distintas. A primeira fase consiste em efectuar uma análise exploratória aos dados históricos recolhidos no processo, com o intuito de verificar a estabilidade do mesmo, estimar os seus parâmetros e determinar a capacidade do processo (explicado em 3.1.3). A segunda fase corresponde à implementação das cartas de controllo e monitorização na linha de produção, onde se procura assinalar a ocorrência de possíveis perturbações e, de seguida, proceder à identificação e eliminação atempada das causas do problema detectado. Como elementos de referência, onde se encontram descritos todos os passos a efectuar na aplicação da Fase I e II, pode citar-se Pereira e Requeijo (2008).

Num processo de fabrico podem distinguir-se dois tipos de causas de variação: causas comuns e causas especiais de variação. As causas comuns de variação correspondem a todo o tipo de variação inerente ao próprio processo, como seja, a variação introduzida pelos operadores, pelas máquinas, pela matéria-prima e pelas condições ambientais. Sendo este tipo de variação representada através da maior ou menor distância entre os limites da carta de controllo. As causas especiais de variação têm origem em situações anómalas e exteriores ao processo, podendo estas ser identificadas pelas cartas de controllo, tal como será referido mais adiante (exemplo: amostra 10 da Figura 3.1).

Uma vez identificadas e caracterizadas as duas causas de variação que podem afectar um processo, é necessário evidenciar, dentro duma organização, quais os níveis de actuação e de que forma o processo pode ser melhorado. No que respeita às causas comuns de variação,

estas apenas podem ser reduzidas embora nunca eliminadas. De uma maneira geral, compete às pessoas responsáveis pelo processo (chefias e gestão de topo) tomar as decisões relativamente às eventuais alterações a efectuar ao processo produtivo de forma a reduzir a sua variabilidade. Quanto à detecção e eliminação das causas especiais de variação, estas são da responsabilidade de quem trabalha directamente com o processo, ou seja, dos seus operadores. Tendo em atenção os efeitos nefastos produzidos pela ocorrência de causas especiais de variação, torna-se crucial proceder à identificação da origem do problema e sua imediata eliminação. É ainda importante referir que sempre que o processo não evidenciar a presença de uma causa especial de variação, o operador deverá deixar o processo seguir o seu curso natural não contribuindo, deste modo, para o aumento da variabilidade do processo.

Em suma, a aplicação de cartas de controlo apresenta as seguintes vantagens: previne a ocorrência de produto não conforme, são fáceis de utilizar pelos operadores no seu posto de trabalho, identificam o instante de tempo em que ocorreu a causa especial de variação, reduzem os custos por unidade produzida, proporcionam uma linguagem comum e tornam o processo previsível. Sendo deste modo uma ferramenta bastante benéfica.

3.1.1.1 Cartas de Controlo Tradicionais

Quando se pretende monitorizar uma determinada característica que se considera crítica, o recurso a cartas de controlo constitui uma forma bastante viável, qualquer que seja a área de negócios em questão. Dependendo do que se pretende monitorizar, assim as cartas podem ser divididas em cartas de controlo de atributos ou de variáveis. Embora as cartas de atributos tenham alguma expressão no meio industrial, em especial quando não é possível ou é difícil obter medições numa escala contínua, são as cartas de variáveis que detêm o maior protagonismo dentro do meio industrial. No presente trabalho irão apenas ser desenvolvidas as cartas de controlo de variáveis.

Quando se monitorizam amostras constituídas por uma ou mais observações, sendo essas amostras independentes entre si e provenientes de uma distribuição aproximadamente Normal, as cartas de variáveis mais conhecidas e utilizadas são as cartas de Shewhart, EWMA e CUSUM.

As cartas tradicionais de controlo de variáveis contínuas mais utilizadas são as cartas de médias e amplitudes ($\bar{Y} - R$) ou desvios padrão ($\bar{Y} - S$) e as cartas de valores individuais e amplitudes móveis ($Y - MR$, *moving range*).

Atendendo ao facto do presente estudo incidir sobre um processo industrial em que existem inúmeras limitações à recolha de amostras de dimensão superior a uma unidade, a formulação requerida para a utilização das cartas de observações individuais e amplitudes móveis irá ser a única apresentada. Esta carta (Y-MR) é construída segundo os princípios de Shewhart, pelo que os limites de controlo são dados por:

$$\text{Carta Y} \quad \left\{ \begin{array}{l} LSC_Y = \bar{Y} + \frac{3}{d_2} \overline{MR} \\ LC_Y = \bar{Y} \\ LSC_Y = \bar{Y} - \frac{3}{d_2} \overline{MR} \end{array} \right. \quad (3.1)$$

$$\text{Carta MR} \quad \left\{ \begin{array}{l} LSC_{MR} = D_4 \overline{MR} \\ LC_Y = \overline{MR} \\ LSC_Y = D_3 \overline{MR} \end{array} \right. \quad (3.2)$$

As constantes d_2 , D_3 e D_4 dependem do número de observações utilizadas na determinação da amplitude móvel e podem ser consultadas em várias obras relativas a esta temática, como por exemplo em Pereira e Requeijo (2008). O valor da linha central da carta de observações individuais, Y , é dado pela média das observações disponíveis na Fase I, devendo a totalidade dos dados ser constituída por 100 ou mais observações.

3.1.1.2 Medidas de Desempenho das Cartas de Controlo

O termo “*Run Length*” representa o número de amostras recolhidas antes da ocorrência do primeiro ponto fora dos limites de controlo, evidenciando a ocorrência de um falso alarme. Sendo uma variável aleatória, é possível estimar o seu valor médio, designado por ARL

(*Average Run Length*) e o correspondente valor do desvio padrão *SDRL* (*Standard Deviation Run Length*).

O ARL tem sido a medida mais utilizada para avaliar o desempenho de uma carta de controlo, sendo desejável que o seu valor seja o maior possível quando o processo se encontra sob controlo estatístico (minimizando o número de falsos alarmes) e o menor possível quando se encontra fora de controlo (maior rapidez em detectar uma alteração do parâmetro do processo). Para uma determinada situação, a carta que apresente em simultâneo o maior valor de $ARL_{EmControlo}$ e o menor valor de $ARL_{Fora\ de\ Controlo}$ deve ser seleccionada como a mais eficaz para o caso em estudo (Pereira e Requeijo, 2008).

Os valores da média e desvio padrão da distribuição “*Run Length*”, considerando o processo em controlo e fora de controlo estatístico, são dados pelas seguintes expressões (Pereira e Requeijo (2008):

$$ARL_{EmControlo} = ARL_{EC} = \frac{1}{\alpha} \quad (3.3)$$

$$SDRL_{EmControlo} = \frac{\sqrt{1-\alpha}}{\alpha} \quad (3.4)$$

$$ARL_{ForadeControlo} = ARL_{FC} = \frac{1}{1-\beta} \quad (3.5)$$

$$SDRL_{EmControlo} = \frac{\sqrt{\beta}}{1-\beta} \quad (3.6)$$

Segundo Shewhart, a probabilidade de se obter um falso alarme é de 0,27%, ou seja, $\alpha=0,0027$. Substituindo o valor de α na expressão (3.3), obtém-se um valor médio de $ARL_{EmControlo}$ de 370, para esta carta. Por outro lado, considerando o valor de $ARL_{Fora\ de\ Controlo}$ para as cartas de Shewhart pode dizer-se que estas são muito pouco eficazes na detecção de pequenas alterações nos parâmetros do processo.

3.1.1.3 Regras para a Detecção de Causas Especiais de Variação

Quando se está perante um processo sob controlo estatístico, o padrão segundo o qual se dispõem os pontos numa carta de controlo deve ser perfeitamente aleatório. A existência de uma causa especial de variação é detectada sempre que exista um ponto fora dos limites de controlo ou um comportamento não aleatório.

Ao longo dos anos têm sido publicadas regras que permitem a detecção de padrões sistemáticos e que se baseiam na probabilidade da ocorrência de cada um dos padrões. Por se tratar de uma norma ISO, que ainda se encontra em vigor, o presente trabalho irá basear-se nas regras da Norma ISO 8258 (1991). Para aplicação destas regras considera-se que o intervalo compreendido entre os limites de controlo está dividido em seis zonas, designadas por A, B e C, simétricas relativamente à linha central, tal como ilustrado na Figura 3.2. Segundo as regras da Norma ISO 8258 (1991), um processo encontra-se fora de controlo estatístico quando se verifica uma das seguintes situações:

Regra 1 – Um qualquer ponto fora dos limites de controlo (limites $\pm 3\sigma_0$).

Regra 2 – Nove pontos consecutivos na zona C ou para além da zona C do mesmo lado da linha central.

Regra 3 – Seis pontos consecutivos no sentido ascendente ou descendente.

Regra 4 – Catorze pontos consecutivos crescendo e decrescendo alternadamente.

Regra 5 – Dois de três pontos consecutivos na zona A, do mesmo lado da linha central.

Regra 6 – Quatro de cinco pontos consecutivos na zona B ou A, do mesmo lado da linha central.

Regra 7 – Quinze pontos consecutivos na zona C acima e abaixo da linha central.

Regra 8 – Oito pontos consecutivos de ambos os lados da linha central, sem nenhum na zona C.

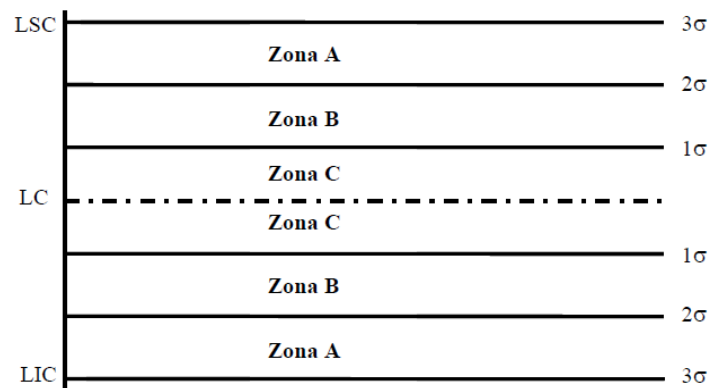


Figura 3.2: Divisão da carta de controlo de Shewhart em três zonas, A, B e C.

Estas regras têm como principal objectivo aumentar a sensibilidade das cartas de Shewhart na detecção de causas especiais de variação. No entanto a aplicação simultânea de várias regras pode aumentar significativamente o número de falsos alarmes, originando um aumento substancial nos custos da qualidade. A aplicação destas regras podem ser úteis numa fase inicial de implementação do SPC, quando o processo não está estabilizado, mas o seu uso é desaconselhado na detecção de pequenas alterações.

3.1.2 Normalidade dos Dados

Na aplicação de cartas de controlo considera-se que os valores da característica da qualidade em estudo são Normalmente distribuídos, com média μ e desvio padrão σ . A verificação deste pressuposto é extremamente importante, uma vez que a sua não verificação pode conduzir a conclusões erróneas relativamente ao desempenho do processo.

Existem vários métodos que permitem verificar a Normalidade dos dados, optando-se na presente Dissertação pela descrição de apenas dois deles: teste do Qui-Quadrado e o teste Kolmogorov-Smirnov.

3.1.2.1 Teste Qui-Quadrado

O teste do Qui-Quadrado tem por base a comparação dos dados amostrais com a distribuição Normal (distribuição teórica). É importante também referir, que os dados amostrais devem ser constituídos por amostras aleatórias de dimensão adequada ($n \geq 30$).

Segundo Pereira e Requeijo (2008) os passos a seguir na aplicação deste teste são os seguintes:

- Especificar a Hipótese Nula e a Hipótese Alternativa:

$$\begin{aligned} H_0 : & \text{A população possui uma distribuição Normal} \\ H_1 : & \text{A população não possui uma distribuição Normal} \end{aligned} \quad (3.7)$$

- Retirar da população uma amostra aleatória constituída por n elementos.
- Agrupar os dados amostrais em m classes.
- Determinar a frequência absoluta de cada classe, designada por frequência observada n_j , tal que

$$n = \sum_{j=1}^m n_j \quad (3.8)$$

- Considerando a Hipótese Nula verdadeira, determinar a frequência relativa esperada para cada classe, $(f_e)_j$, utilizando a distribuição Normal para a sua determinação.
- Determinar a frequência absoluta esperada para cada classe, e_j ($e_j \geq 5$), a partir de

$$e_j = n(f_e)_j \quad (3.9)$$

em que

$$\sum_{j=1}^m e_j = n \quad (3.10)$$

No caso de existirem classes em que $e_j < 5$, devem agregar-se classes adjacentes de forma a obter novas categorias que satisfaçam aquela condição.

- Calcular a estatística de teste, definida por

$$\chi_0^2 = \sum_{j=1}^m \frac{(n_j - e_j)^2}{e_j} \quad (3.11)$$

- Definir o nível de significância α .
- Comparar o valor da estatística de teste χ_0^2 com o respectivo valor crítico $\chi_{\alpha;v}^2$, sendo este definidor dos intervalos de rejeição e não-rejeição da Hipótese Nula.

O número de graus de liberdade, v , depende do número de classes e é dado por

$$v = (m - 1) - r = (m - 1) - 2 \quad (3.12)$$

Em que r representa o número de parâmetros da distribuição da população estimados a partir da amostra ($r = 2$, pois estimam-se a média e a variância da população).

- Critério de decisão:

Rejeita-se a Hipótese Nula, para um nível de significância α , se

$$\chi_0^2 > \chi_{\alpha;v}^2 \quad (3.13)$$

A rejeição de H_0 implica que a distribuição não é Normal.

3.1.2.2 Teste Kolmogorov-Smirnov

O teste Kolmogorov-Smirnov é de simples execução, quando comparado com o teste Qui-Quadrado. Este teste verifica o ajustamento da Função de Distribuição amostral à Função de Distribuição Normal¹.

¹ Referência apenas à distribuição Normal, devido à sua relevância na área da qualidade.

Segundo Pereira e Requeijo (2008), sendo $S(x)$ a Função de Distribuição amostral e $F_0(x)$ a Função de Distribuição Normal, a aplicação do teste K-S segue os seguintes passos:

- Especificar a Hipótese Nula e a Hipótese Alternativa:

$$H_0 : F(x) = F_0(x), \text{ para todos os valores de } X$$

$$H_1 : F(x) \neq F_0(x), \text{ para algum valor de } X \quad (3.14)$$

- Retirar da população uma amostra aleatória constituída por n elementos.
- Ordenar por ordem crescente do seu valor os dados amostrais, designando por $x_{(i)}$ a observação de ordem i , onde $x_{(i+1)} > x_{(i)}$.
- Determinar os valores de $S(x)$, $F_0(x)$ e $|S(x) - F_0(x)|$, para $i = 1, 2, \dots, N$, em que $N \leq n$.
- Determinar a estatística de teste, definida por

$$D = \sup_x |S(x) - F_0(x)| \quad (3.15)$$

- Definir o nível de significância α .
- Comparar a estatística de teste D com o respectivo valor crítico ($D_{\text{crítico}}$).

Os valores de $D_{\text{crítico}}$ são determinados considerando duas situações:

- Se os parâmetros da população são conhecidos, deve recorrer-se à Tabela I.1 do Anexo I.
- Se os parâmetros da população são estimados a partir dos dados que constituem a amostra, deve recorrer-se à Tabela I.2 do Anexo I.

- O critério de decisão consiste em:

Rejeita-se a Hipótese Nula, para um nível de significância de α , se

$$D > D_{crítico} \quad (3.16)$$

A rejeição de H_0 permite concluir que a distribuição não é Normal.

3.1.3 Capacidade do Processo

Saber se o processo tem capacidade de produzir de acordo com as especificações estabelecidas para o produto é extremamente importante. As especificações impostas devem sempre considerar se o processo é ou não capaz de produzir de acordo com elas.

A capacidade do processo reflecte a variação devida a causas comuns, logo é geralmente necessária a intervenção dos níveis mais altos de gestão para melhorar essa capacidade.

O estudo da capacidade do processo é muito importante, pois permite prever se o processo é capaz de produzir de acordo com as especificações, ajuda a seleccionar ou modificar um processo ou uma máquina, permite seleccionar fornecedores e reduzir a variação do processo.

3.1.3.1 Capacidade do Processo para Dados Normalmente Distribuídos

Ao longo dos anos foram desenvolvidos os chamados *Índices de Capacidade do Processo* que permitem avaliar a produção, num determinado processo, face à especificação técnica ou funcional.

Assumindo uma distribuição Normal, pode considerar-se que a variação aceitável para o processo é igual a 6σ , em que σ é o desvio padrão do processo. Mesmo que as variáveis sigam apenas aproximadamente a distribuição Normal, é razoável considerar que o intervalo $\pm 3\sigma$ inclui pelo menos 99% dos valores.

Quando se está perante uma especificação bilateral, o índice C_p é definido por

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\sigma} \quad (3.17)$$

Em que LIE é o limite inferior de especificação e LSE é o limite superior de especificação. Considera-se que um processo ou máquina tem potencial para ser capaz quando $C_p \geq 1,33$. Um processo ou máquina com $C_p \geq 1,33$ tem unicamente potencial para ser capaz, o que não significa que seja capaz. Pode estar-se na presença de um processo ou máquina com $C_p = 1,33$ e estar a produzir material não conforme porque a sua média não está centrada no seu valor nominal.

Assim, surgiu outro indicador de desempenho do processo, o índice de capacidade C_{pk} . Este índice considera não só a dispersão como também a localização da média e é definido por

$$C_{pk} = \min((C_{pk})_I, (C_{pk})_S) \quad (3.18)$$

Com

$$(C_{pk})_I = \frac{\mu - LIE}{3\sigma} \quad (3.19)$$

$$(C_{pk})_S = \frac{LSE - \mu}{3\sigma} \quad (3.20)$$

Considera-se que o processo é capaz, para uma especificação bilateral, se $C_{pk} \geq 1,33$ e estará centrado no valor nominal quando $(C_{pk})_I = (C_{pk})_S$.

Para uma especificação técnica unilateral, considera-se que o processo é capaz quando $C_{pk} \geq 1,25$.

Considerando qualquer uma das especificações, bilateral ou unilateral, o valor de C_p e C_{pk} deve ser o mais elevado possível.

Montgomery (2001) resume na tabela seguinte os valores mínimos recomendados para os índices de capacidade, perante processos já existente ou novos, considerando especificações bilaterais ou unilaterais.

Tabela 3.1: Valores mínimos recomendados para os índices de capacidade.

Processo	Especificações bilaterais	Especificações unilaterais
Processo existente	1,33	1,25
Novo processo	1,5	1,45
Parâmetro crítico (processo existente)	1,5	1,45
Parâmetro crítico (novo processo)	1,67	1,6

3.1.3.2 Capacidade do Processo para Dados Não Normais

Perante dados independentes mas não normalmente distribuídos, os índices referidos anteriormente não podem ser aplicados.

Nestes casos pode recorrer-se a equações que apenas diferem, relativamente às equações (3.17) e (3.18), no valor utilizado no denominador. Passando a assumir-se que a probabilidade de um valor da variável X se encontrar no intervalo $\mu \pm 2,575\sigma$ é igual a 99%. Nesta situação os índices são definidos por:

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{5,15\sigma} \quad (3.21)$$

$$C_{pk} = \min\left(\frac{\mu - LIE}{2,575\sigma}, \frac{LSE - \mu}{2,575\sigma}\right) \quad (3.22)$$

Uma outra opção passa por considerar, para o índice C_{pk} , a mediana (\tilde{M}) uma vez que esta é uma medida de tendência central mais robusta que a média, quando estamos perante uma distribuição assimétrica. Nesta abordagem os índices são definidos por

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{U_p - L_p} \quad (3.23)$$

$$C_{pk} = \min \left(\frac{\tilde{M} - LIE}{\tilde{M} - L_p}, \frac{LSE - \tilde{M}}{U_p - \tilde{M}} \right) \quad (3.24)$$

onde L_p e U_p designam, respectivamente, os percentis, à direita de 99,865% e de 0,135% da distribuição X .

3.2 Controlo Estatístico do Processo com Dados Auto-Correlacionados

A maioria das técnicas de controlo estatístico utilizadas na detecção das variações de um processo assume a independência das observações. No entanto, isto nem sempre acontece, originando erros na interpretação dos resultados obtidos por incorrecta estimação dos parâmetros. Cada vez mais, tem-se vindo a verificar que os dados obtidos em processos da indústria química ou de componentes exibem auto-correlação, ou seja, o valor da observação duma variável num dado instante depende, em parte, do(s) valor(es) anterior(es) da mesma variável.

São vários os factores, extrínsecos e intrínsecos ao processo, que podem ser apontados como potenciadores da auto-correlação exibida pelos dados. Como factores extrínsecos podem referir-se: o aumento do número de sensores que permitem controlar variáveis de entrada e de saída do processo, o forte investimento feito em sistemas de medição e aquisição de dados automatizados que permitem efectuar medições em linha (com frequências de amostragem muito elevadas) e, em alguns casos, a medição de características críticas em todas as unidades produzidas. Como factores intrínsecos, evidencia-se a forte dinâmica provocada pelas forças de inércia, muito comum na indústria química. Este factor é intensificado com o aumento da frequência de amostragem.

3.2.1 Função de Auto-Correlação (FAC)

A auto-correlação dos dados pode ser quantificada pelos coeficientes de correlação ρ_k . Chama-se auto-correlação de desfasamento k (“lag k”) à correlação entre quaisquer duas observações desfasadas de k períodos. A Função de Auto-Correlação (FAC) é o conjunto formado pelos coeficientes de correlação ρ_k , para $k = 0, 1, 2, \dots$ períodos.

$$\rho_k = r_k = \frac{Cov(X_t, X_{t+k})}{Var(X)} = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (X_t - \bar{X})(X_{t+k} - \bar{X})}{\sum (X_t - \bar{X})^2}, k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.25)$$

O valor dos coeficientes de correlação está compreendido entre -1 e 1, sendo, em valor absoluto, tanto maior quanto maior for a auto-correlação entre as variáveis, tomando o valor zero para variáveis independentes.

O conjunto formado pelos coeficientes de correlação estimados r_k , para $k = 0, 1, 2, \dots$, designa-se por Função de Auto-Correlação Estimada (FACE).

Correlograma (Figura 3.3) é um gráfico de r_k em função de k que permite verificar se os dados em estudo são ou não auto-correlacionados. A ausência de auto-correlação dos dados verifica-se, quando todos os valores de r_k pertencem a um determinado intervalo de confiança.

Este intervalo de confiança, considerando um nível de significância α , é dado por:

$$-Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\hat{V}} \leq r_k \leq Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\hat{V}} \quad (3.26)$$

$$\text{Sendo} \quad \hat{V} = Var\left(\hat{r}_k\right) \cong \frac{1}{N} \cdot \left(1 + 2 \cdot \sum_{v=1}^{k-1} r_v^2\right) \quad (3.27)$$

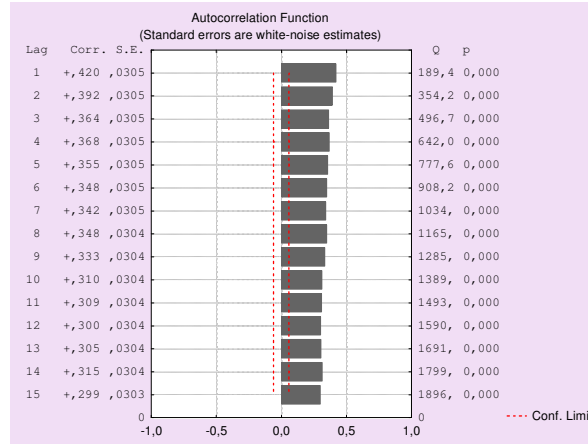


Figura 3.3: Exemplo de correlograma representativo da função de auto-correlação (FAC).

3.2.2 Função de Auto-Correlação Parcial (FACP)

A função de auto-correlação parcial mede a correlação entre as séries X_t e X_{t+k} com os efeitos das observações $(X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+k-1})$ removidos. A Função de Auto-Correlação Parcial (FACP) é o conjunto formado pelos coeficientes de auto-correlação parcial ϕ_{kk} , para $k = 0, 1, 2, \dots$ períodos.

$$\phi_{kk} = \frac{|P_k^*|}{|P_k|} \quad (3.28)$$

em que P_k é a matriz de auto-correlação $k \times k$:

$$P_k = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \dots & \rho_{k-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_1 & \rho_2 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

e P_k^* é a matriz de auto-correlação com a última coluna a ser substituída por:

$$\begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

O conjunto formado pelos coeficientes de auto-correlação parcial estimados, $\hat{\phi}_{kk}$, designa-se por Função de Auto-Correlação Parcial Estimada (FACPE).

A auto-correlação parcial para o período k tem um efeito significativo quando os valores de $\hat{\phi}_{kk}$ são significativamente diferentes de zero. Para que não exista auto-correlação parcial entre os dados, os valores de $\hat{\phi}_{kk}$ devem estar compreendidos num intervalo de confiança, para um nível de significância α , dado por:

$$-Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\text{Var}(\hat{\phi}_{kk})} \leq \hat{\phi}_{kk} \leq Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\text{Var}(\hat{\phi}_{kk})} \quad (3.31)$$

Sendo
$$\text{Var}(\hat{\phi}_{kk}) = \frac{1}{N}, \quad k > p \quad (3.32)$$

Na Figura 3.4 encontra-se representado um exemplo de um correlograma representativo de uma função de auto-correlação parcial (FACP).

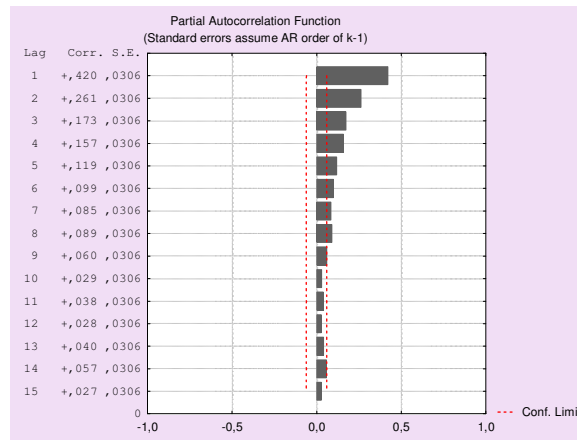


Figura 3.4: Exemplo de correlograma representativo da função de auto-correlação parcial (FACP).

3.2.3 Modelos ARIMA - Metodologia Box-Jenkins

A auto-correlação dos dados impossibilita a utilização de cartas de controlo tradicionais, pelo que é necessário encontrar um modelo matemático que tenha em consideração as relações existentes entre as observações, permitindo deste modo a sua descrição.

Justifica-se, deste modo, a importância da modelação de séries temporais no controlo do processo.

Box, Jenkins *et al.* (2008) desenvolveram os chamados modelos ARIMA (“*Autoregressive Integrated Moving Average*”) que resultam da combinação de três componentes: a componente autorregressiva (AR), a componente de integração (I) e a componente de médias móveis (MA). Uma série temporal pode conter um ou mais componentes, dando origem a vários modelos passíveis de análise pela metodologia de Box-Jenkins.

Um processo definido por uma série temporal pode ser considerado estacionário ou não estacionário. Segundo Uriel (1985), um processo é estacionário “quando ao realizar um mesmo deslocamento no tempo de todas as variáveis de qualquer distribuição conjunta finita, resulta que esta distribuição não varia”. Quando se está perante um processo estacionário, a série temporal pode ser ajustada por um modelo ARMA (p,q). Por outro lado perante um processo não estacionário a série pode ser ajustada por um modelo ARIMA (p,d,q) que se transforma num modelo ARMA através do operador de diferenças ∇ , no sentido de transformar a série não estacionária em estacionária.

O modelo ARIMA é definido, de um modo geral, pela equação:

$$\phi(B)\nabla^d X_t = \theta(B)a_t \quad (2) \quad (3.33)$$

em que:

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p \quad (3.34)$$

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q \quad (3.35)$$

$$B = \frac{X_{t-1}}{X_t} \quad (3.36)$$

$$\nabla^d = \frac{X_t - X_{t-1}}{X_t} = (1 - B)^d \quad (3.37)$$

⁽²⁾ Se d=0 então o processo apresenta um comportamento estacionário.

Considerando B o operador de defasamentos, d o número de ordem de diferenciação, p a ordem da componente auto-regressiva, q a ordem da componente de médias móveis, $\phi(B)$ o operador auto-regressivo de ordem p e $\theta(B)$ o operador de médias móveis de ordem q .

Box, Jenkins *et al.* (2008) propuseram uma metodologia de modelação em três fases: identificação, estimação e avaliação do modelo.

3.2.3.1 Identificação

Na fase de **Identificação** o primeiro passo consiste em verificar a estacionaridade do processo, através do gráfico (t, X_t) . Quando se está perante uma situação de não estacionaridade é necessário identificar quais os valores do parâmetro d que indicam a ordem de diferenciação do processo. Após a transformação da variável X_t na variável $\nabla^d X_t$, a análise do gráfico $(X_t, \nabla^d X_t)$ deve demonstrar que, para esta variável, o processo passou a ser estacionário.

O segundo passo da fase de identificação é a determinação do modelo ARMA (p,q) que melhor se ajusta aos dados recolhidos. Esta determinação pode ser efectuada através da análise da função de auto-correlação FAC e da função de auto-correlação parcial FACP, descritas anteriormente.

Na Tabela 3.2 estão descritas as características das FAC e FACP dos modelos AR(p), MA(q) e ARMA(p,q), segundo Box, Jenkins *et al.* (2008).

Tabela 3.2: Comportamento das Funções de Auto-Correlação e Auto-correlação Parcial para os diferentes modelos ARIMA

Processo	FAC (acf)	FACP (pacf)
AR(p)	<i>Infinita:</i> decresce exponencialmente para zero e/ou decresce segundo uma sinusoidal amortecida (<i>Trails off</i>)	<i>Finita:</i> decai bruscamente para zero depois do lag p (<i>Cuts off after lag p</i>)
MA(q)	<i>Finita:</i> decai bruscamente para zero depois do lag q (<i>Cuts off after lag q</i>)	<i>Infinita:</i> maioritariamente decresce exponencialmente para zero e/ou decresce segundo uma sinusoidal amortecida (<i>Tails off</i>)
ARMA(p,q)	<i>Infinita:</i> decresce exponencialmente para zero e/ou decresce segundo uma sinusoidal amortecida, após o primeiro lag p ou q (<i>Tails off</i>)	<i>Infinita:</i> maioritariamente decresce exponencialmente para zero e/ou decresce segundo uma sinusoidal amortecida, após o primeiro lag p ou q (<i>Tails off</i>)

A identificação do modelo através da utilização das funções de Auto-Correlação e Auto-Correlação Parcial, conduz muitas vezes à identificação de vários modelos candidatos a geradores da série em estudo. Quando isto acontece deve utilizar-se o **Princípio da Parcimónia:** o melhor modelo é aquele que apresenta o menor número de parâmetros possível.

Estes modelos são definidos por:

Modelo Auto-regressivo - AR(p)

$$X_t = \xi + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t \quad (3.38)$$

Em que a média é dada por

$$\mu = \frac{\xi}{1 - \sum_{j=1}^p \phi_j} \quad (3.39)$$

a variância é dada por

$$\gamma_0 = \frac{\sigma_a^2}{1 - \sum_{j=1}^p \rho_j \phi_j} \quad (3.40)$$

e ξ e a_t correspondem, respectivamente ao parâmetro que determina a média do processo para um modelo ARIMA e ao ruído branco” no período t.

Modelo de Média Móvel - MA(q)

$$X_t = \mu + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (3.41)$$

Em que a média é dada por μ

E a variância é dada por

$$\gamma_0 = \sigma_a^2 \sum_{j=0}^q \theta_j^2, \quad \theta_0 = 1 \quad (3.42)$$

Modelo Auto-regressivo de Média Móvel - ARMA(p,q)

$$X_t = \xi + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (3.43)$$

Em que a média é dada por

$$\mu = \frac{\xi}{1 - \sum_{j=1}^p \phi_j} \quad (3.44)$$

e a variância é dada por

$$Var(X_t) = \gamma_0 = \sum \phi_j \cdot \gamma_j - \theta_1 \cdot \gamma_{X_\varepsilon}(-1) - \dots - \theta_q \cdot \gamma_{X_\varepsilon}(-q) + \sigma_a^2 \quad (3.45)$$

3.2.3.2 Estimação

Na fase de **estimação**, após a determinação dos valores de p e q na fase de identificação, devem ser estimados os p parâmetros, ϕ , do modelo identificado e os q parâmetros, θ , do modelo identificado. As estimações destes parâmetros são geralmente obtidas através de cálculo computacional.

3.2.3.3 Avaliação

A última fase da metodologia de Box-Jenkins é a **avaliação** do modelo escolhido. Ljung e Box propuseram um teste (Teste Ljung-Box-Pierce) que permite verificar se os resíduos obtidos são de facto “ruído branco”. Este teste tem como base as k primeiras auto-correlações, r_k , dos resíduos e é dado por:

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^k \frac{r_k^2}{(n-k)} \quad (3.46)$$

Considera-se que os resíduos são “ruído branco” quando $Q < \chi^2_{(k-d-p-q)}$, onde d é a ordem de integração, p é a ordem da componente autorregressiva e q a ordem da componente de médias móveis.

Deste modo considera-se que o modelo foi bem escolhido, quando o valor de Q for inferior à estatística do teste.

3.2.4 Cartas de Controlo de Processos com Dados Auto-Correlacionados

Cada vez mais tem-se verificado que os dados recolhidos em processos industriais, exibem auto-correlação, ou seja, o valor de uma observação de uma variável num determinado instante, depende em parte, do(s) valor(es) anterior(es) da mesma variável.

Esta auto-correlação é mais frequente quando as observações são pouco espaçadas no tempo, como é o caso da indústria química ou de componentes. No caso da indústria de manufactura, onde a periodicidade de recolha é alargada, a independência entre as observações é quase sempre verificada.

A aplicação de cartas de controlo tradicionais a processos cujas observações exibem auto-correlação pode ter bastantes efeitos negativos. As cartas de controlo tradicionais consideram o pressuposto da independência dos dados, desta forma, na presença de dados auto-correlacionados, o pressuposto é violado. Quando ocorre esta violação, verifica-se um aumento significativo no número de falsos alarmes, ou uma perda da sensibilidade das cartas de controlo, provocada por uma estimativa errada dos parâmetros do processo. Foram vários os autores a estudar este efeito negativo, de entre os quais podem destacar-se os estudos efectuados por Alwan e Roberts (1988), Harris e Ross (1991), Yashchin (1993), Montgomery (2001) e Wardell, Moskowitz *et al.* (1994).

Montgomery (2001) define duas abordagens possíveis para a monitorização de processos cujos dados exibam auto-correlação. A primeira abordagem está associada à ausência de um modelo matemático, recorrendo à aplicação de cartas de controlo tradicionais com limites de controlo modificados ou efectuando transformações nos dados de forma a eliminar a auto-correlação. A segunda abordagem, baseada num modelo matemático, consiste em determinar o modelo matemático (ARIMA) que melhor se ajusta aos dados auto-correlacionados e construir cartas de controlo tradicionais dos resíduos ou dos erros de previsão.

A primeira abordagem apresenta como vantagem o facto de não requerer modelação matemática, podendo por isso ser aplicada directamente pelos operadores através da introdução de dados originais numa folha de Excel previamente programada. No entanto,

estas cartas de limites modificados requerem uma estimação cuidada dos seus parâmetros, o que pode constituir uma dificuldade acrescida na fase de implementação.

Por outro lado as cartas pertencentes à segunda abordagem apesar de requererem modelação matemática, são de mais fácil aplicação.

3.2.4.1 Abordagem Sem Definição de Modelo Matemático (ARIMA)

Este tipo de abordagem, livre de modelo matemático, pode ser dividida em dois subgrupos: as cartas em que se procede à modificação dos limites de controlo de modo a incorporar a auto-correlação existente nos dados e as que transformam os dados originais, por aplicação de uma estatística, de modo a anular a auto-correlação dos dados.

Carta de Controlo EWMAST

Proposta por Zhang (1998), a carta EWMAST recorre à função de auto-correlação para modificar os limites de controlo da carta EWMA. Esta carta pode ser aplicada quando se dispõe de observações individuais ($n=1$), sendo no entanto indispensável, que o processo seja estacionário. Deve ser preferencialmente aplicada, quando a auto-correlação não é muito pronunciada.

O procedimento de implementação da carta de controlo EWMAST, pode ser efectuada através da aplicação dos seguintes passos (Zhang, 1998):

1. Recolher no mínimo 100 observações ($N \geq 100$) referentes a uma situação de estabilidade do processo.
2. Estimar os valores de μ e σ do processo.
3. Determinar a função de auto-correlação estimada, $\hat{\rho}(k)$. Considerando que são geralmente considerados os primeiros 25 valores de k ($k=1,2,\dots,25$) sendo $M=25$.

4. Determinar o valor aproximado da variância σ_{EWMA}^2 , considerando o valor mais adequado para λ , geralmente estabelecido em 0,2, e $M = 25$. Esta variância é definida, aproximadamente, por

$$\sigma_{EWMA}^2 \approx \sigma^2 \left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \right) \left(1 + 2 \sum_{k=1}^M \rho_k (1-\lambda)^k (1 - (1-\lambda)^{2(M-k)}) \right) \quad (3.47)$$

5. A carta EWMAST é construída representando graficamente a variável $EWMAST_t$.

$$EWMAST_t = (1-\lambda)EWMAST_{t-1} + \lambda X_t \quad (3.48)$$

6. Os limites de controlo para a carta EWMAST e a linha central, sendo $E_0 = \mu$, são definidos por

$$\begin{cases} LSC_{EWMAST} = E_0 + L^{EWMAST} \hat{\sigma}_{EWMA} \\ LC_{EWMAST} = E_0 \\ LSC_{EWMAST} = E_0 - L^{EWMAST} \hat{\sigma}_{EWMA} \end{cases} \quad (3.49)$$

7. A carta EWMAST indica a existência de uma situação fora de controlo estatístico quando um ponto da carta se situar fora do intervalo definido pelos limites de controlo.
8. Sempre que uma causa especial de variação esteja presente, é necessário intervir no processo de forma a removê-la.

Zhang (1998) sugere, como medida prática, sempre que a carta assinala uma causa especial de variação, devem actualizar-se os valores da função de auto-correlação, das estimativas da variância e da média do processo. Esta actualização deve ser efectuada em condições de estabilidade e em intervalos de tempo periódicos.

Para analisar a adequabilidade e robustez da carta EWMAST, quando comparada com outras cartas de controlo, Zhang (1998) recorreu à simulação de forma a reproduzir diferentes modelos ARIMA (AR(1), AR(2) e ARMA(1,1)). Com este estudo, Zhang (1998) verificou que a carta EWMAST apresenta um melhor desempenho, quando comparada com a carta de

resíduos, a carta de Shewhart e carta M-M proposta por Montgomery e Mastrangelo (1991), sempre que a auto-correlação do processo for fraca e as alterações da média do processo forem consideradas pequenas ou moderadas. Nas condições deste estudo, Zhang (1998) considera que os parâmetros da carta EWMAST devem ser estabelecidos nos seguintes valores: $L^{EWMAST} = 3$ e $\lambda = 0,2$. No caso de o processo ser não estacionário, ou perto da não estacionariedade, com auto-correlação fortemente positiva, a carta de resíduos corresponde à melhor opção.

Carta de Controlo *Moving Center-Line* EWMA (MCEWMA)

Montgomery e Mastrangelo (1991) desenvolveram uma nova carta que reúne toda a informação das cartas M-M, também desenvolvidas por estes autores, numa só carta, denominada carta MCEWMA. Esta carta permite analisar, simultaneamente, a evolução do comportamento do processo e detectar causas especiais de variação.

A variável exponencial amortecida E é definida, em função de X_t e para o instante t , por

$$E_t = (1 - \lambda)E_{t-1} + \lambda X_t \quad (3.50)$$

Considerando que $\hat{X}_t = E_{t-1}$, uma vez que \hat{X}_t é dado pelo valor do ajustamento realizado no instante anterior, o erro de previsão (ou resíduo), no instante t , é dado por

$$e_t = X_t - \hat{X}_t = X_t - E_{t-1} \quad (3.51)$$

Os limites de controlo e a linha central da carta MCEWMA variam ao longo do tempo, sendo definidos, no instante t , por

$$\begin{cases} LSC_t = E_{t-1} + 3\sigma_{ep} \\ LC_t = E_{t-1} \\ LIC_t = E_{t-1} - 3\sigma_{ep} \end{cases} \quad (3.52)$$

O desvio padrão dos erros de previsão, σ_{ep} , pode ser estimado por qualquer uma das seguintes equações:

$$\hat{\sigma}_{ep} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N e_t^2 \quad (3.53)$$

$$\left(\hat{\sigma}_{ep} \right)_t \cong 1,25 DAM_t \quad (3.54)$$

$$\left(\hat{\sigma}_{ep} \right)_t = (1 - \alpha) \left(\hat{\sigma}_{ep} \right)_{t-1} + \alpha |e_t| \quad (3.55)$$

Sendo

$$DAM_t = (1 - \alpha) DAM_{t-1} + \alpha |e_t|, \quad 0 < \alpha \leq 1 \quad (3.56)$$

A carta MCEWMA apresenta uma fraca sensibilidade na detecção de pequenas a moderadas alterações na média do processo. Tendo em consideração esta limitação, Montgomery e Mastrangelo (1991) propõem a utilização de um de dois índices de controlo, cuja aplicação em conjunto com as cartas MCEWMA permitem aumentar a sua sensibilidade na detecção de tendências. Estes índices de controlo denominam-se “*tracking signal*”.

A aplicação do Índice de Erros Acumulados, T_c , irá possibilitar uma nova regra de detecção de situações fora de controlo, aumentando deste modo a sensibilidade das cartas MCEWMA. Para o instante t , o índice T_c é calculado com recurso à seguinte expressão

$$(T_c)_t = \left| \frac{\sum_{j=1}^t e_j}{DAM_t} \right| \quad (3.57)$$

Em cada período, o valor de T_c é comparado com o valor crítico K_c que, segundo Montgomery e Mastrangelo (1991), toma valores entre 4 e 6 ($4 \leq K_c \leq 6$). Pode estar-se perante uma situação de fora de controlo, sempre que o valor de T_c exceda o seu valor crítico.

Para além do índice T_c , pode fazer-se referência a um segundo “*tracking signal*”, alvo da preferência de vários analistas, denominado por Índice de Erro Amortecido, T_s . Para o instante t , o índice T_s é calculado com recurso à seguinte expressão:

$$(T_s)_t = \left| \frac{A_t}{DAM_t} \right| \quad (3.58)$$

em que A_t é o erro amortecido no instante t , definido por

$$A_t = (1 - \alpha)A_{t-1} + \alpha e_t \quad (3.59)$$

Pode considerar-se $A_0 = 0$, uma vez que o efeito inicial sobre A_t deixa rapidamente de ser significativo. Como consequência os primeiros valores do índice T_s não são fiáveis para uma boa análise da estabilidade do processo. Esta falta de fiabilidade pode ser ultrapassada desde que o valor de A_0 seja determinado em função dos resíduos relativos aos dados iniciais (Pereira e Requeijo (2008) descrevem os passos necessários à determinação de A_0).

Tal como para o índice T_c , o valor de T_s em cada instante t , é comparado com o valor crítico K_s que se situa entre 0,2 e 0,5 ($0,2 \leq K_s \leq 0,5$). Sempre que o valor de T_s exceda o seu valor crítico, K_s , pode concluir-se que o erro de previsão sofreu um desvio.

Através de um estudo desenvolvido por Mastrangelo e Montgomery (1995a) constata-se que quando se utiliza apenas um dos índices de controlo, T_c ou T_s , a sensibilidade da carta MCEWMA na detecção de causas especiais de variação aumenta de uma forma significativa. Por outro lado, quando se utilizam os dois índices em simultâneo, verifica-se um aumento do número de falsos alarmes.

Considerando estas conclusões, detecta-se uma causa especial de variação, se pelo menos uma das condições seguintes se verificar:

- Um ponto X_t se situe fora dos limites de controlo da carta MCEWMA.
- Dois valores consecutivos de T_c ou T_s sejam superiores ao respectivo valor crítico, K_c ou K_s (regra dois-de-dois).

ou

- Três valores consecutivos de T_c ou T_s sejam superiores ao respectivo valor crítico, K_c ou K_s (regra três-de-três).

Mastrangelo e Montgomery (1995a) demonstram preferência pelo índice T_s , em detrimento do índice T_c , uma vez que permite obter uma menor taxa de falsos alarmes. De igual modo, a utilização da regra três-de-três permite alcançar uma redução no número de falsos alarmes, sem prejudicar a sensibilidade da carta MCEWMA em detectar causas especiais de variação.

3.2.4.2 Abordagem Baseada em Modelo Matemático (ARIMA)

Tal como foi referido anteriormente, esta abordagem pressupõe a determinação do modelo ARIMA que melhor se ajusta aos dados originais do processo. A aplicação deste modelo irá permitir a eliminação da auto-correlação existente nos dados, de modo a obter resíduos, ou erros de previsão, independentes e normalmente distribuídos. Estes resíduos, ou erros de previsão, são posteriormente registados numa carta de controlo tradicionais (Shewhart, EWMA ou CUSUM). As cartas de resíduos são semelhantes às cartas tradicionais de Shewhart, cartas EWMA e cartas CUSUM, diferindo unicamente na substituição das observações originais por resíduos ou erros de previsão. Este tipo de carta baseia-se no pressuposto de que a ocorrência de uma alteração na média da variável do processo resultará também numa alteração na média dos resíduos.

Carta SCC

As cartas SCC (“*Special Cause Chart*”) foram propostas por Alwan e Roberts (1988), destacando-se entre as cartas de resíduos. Estas cartas consistem na representação de resíduos, tendo por base as cartas de Shewhart. Considerando um ARL_{EC} de 370 e ainda o facto de os resíduos seguirem aproximadamente uma distribuição Normal com média zero e uma variância constante, σ_a^2 , os limites destas cartas podem ser definidos por:

$$\begin{cases} LSC = 3\sigma_a \\ LC = 0 \\ LIC = -3\sigma_a \end{cases} \quad (3.60)$$

As cartas SCC têm sido estudadas por vários autores e utilizadas em estudos comparativos com outras cartas. Wardell, Moskowitz *et al.* (1994) concluíram que quando se está perante um processo com auto-correlação negativa, as cartas SCC apresentam melhores resultados que as cartas tradicionais. Por sua vez, Zhang (1998) propôs a carta EWMAST e comparou-a com a carta SCC, concluindo que a carta por ele desenvolvida apresenta um melhor desempenho sempre que o processo apresente uma fraca auto-correlação dos dados e quando as alterações da média não são muito grandes. No entanto, Zhang (1998) recomenda a utilização das cartas SCC sempre que o processo exiba uma auto-correlação mais acentuada e positiva.

Carta EWMA de Resíduos

As cartas EWMA e CUSUM tradicionais podem também ser construídas utilizando resíduos, tal como as cartas de Shewhart. A utilização destas cartas aumenta significativamente a detecção de alterações pequenas e moderadas do valor esperado dos resíduos e da sua variância σ_a^2 e, conseqüentemente, alterações dos parâmetros do processo. A estatística utilizada na carta EWMA de resíduos, para controlar a média do processo no instante t , é dada por:

$$EWMA_t = (1 - \lambda)EWMA_{t-1} + \lambda a_t, \quad EWMA_0 = 0 \text{ e } \theta = 1 - \lambda \quad (3.61)$$

sendo os limites de controlo dados por:

$$\begin{cases} LSC_{EWMA_{res}} = L^{EWMA_{res}} \sigma_{EWMA} \\ LC_{EWMA_{res}} = 0 \\ LSC_{EWMA_{res}} = -L^{EWMA_{res}} \sigma_{EWMA} \end{cases} \quad (3.62)$$

$$\text{sendo } \sigma_{EWMA_{res}}^2 \approx \sigma_a^2 \left(\frac{\lambda}{2 - \lambda} \right) \quad (3.63)$$

Reynolds e Lu (1997) compararam o desempenho da carta EWMA com a carta EWMA_{Res} tendo em consideração vários níveis de auto-correlação, considerando um modelo autorregressivo de primeira ordem, AR(1). Esta comparação foi efectuada após a

determinação dos valores de K e L_{Res}^{EWMA} , por ajuste, de modo a obter o mesmo valor de ARL_{EC} para cada conjunto de cartas. Após o cálculo dos valores de ARL , para diferentes alterações efectuadas na média do processo, estes estatísticos concluíram que a carta $EWMA_{Res}$ apresenta um melhor desempenho para alterações moderadas a elevadas. Por outro lado a carta $EWMA$ é recomendável quando se pretende detectar pequenas alterações.

Para além da carta $EWMA_{Res}$ também a carta $CUSUM_{Res}$ pode ser usada, no entanto, por não vir a ser aplicada na parte prática não será desenvolvida.

3.3 *Outliers*

Quando se está perante uma série de dados aleatórios ou auto-correlacionados, é necessário ter em consideração a possível existência de perturbações pontuais que podem afectar o processo, ou ainda a ocorrência de situações anómalas que afectam um ou mais dados. Estes valores invulgares denominam-se de *outliers*. Este tipo de observações anómalas podem ser resultantes de acontecimentos externos invulgares, como alterações repentinas no sistema, ou simplesmente devido a erros grosseiros de medição. Quando os dados exibem auto-correlação, a identificação e tratamento destes *outliers* reveste-se de enorme importância. A sua presença pode afectar facilmente os procedimentos convencionais de análise da série temporal, podendo comprometer seriamente as estimativas dos parâmetros ARMA. O impacto dos *outliers* é, no entanto, muitas vezes omitido por falta de conhecimento de métodos para a sua detecção e tratamento.

Fox (1972) introduziu os conceitos de *outlier* do tipo I e tipo II, aditivos (AO - "additive outlier") e inovadores (IO - "innovational outlier"), que têm sido os mais abordados na literatura. Posteriormente surgiram novas classificações de *outliers* que afectam, especialmente, a estrutura da série, nomeadamente, alterações de nível: permanentes (LS - "level shift") e transitórias (TC - "temporary change").

No seguimento do trabalho desenvolvido por Fox (1972), surge o desenvolvimento de um procedimento iterativo de identificação de outliers e estimação de parâmetros por Chang, Tiao *et al.* (1988).

Considerando Z_t uma série limpa de *outliers* e Y_t a série de “ruído branco” em estudo, representada pelos desvios relativos ao seu valor médio, a presença de *outliers* do tipo I e II no instante de tempo T pode ser modelada, respectivamente pelas expressões (3.64) e (3.65), segundo Box, Jenkins *et al.* (2008):

$$\text{AO:} \quad Y_t = \omega P_t^{(T)} + z_t = \omega P_t^{(T)} + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t \quad (3.64)$$

$$\text{IO:} \quad Y_t = \frac{\theta(B)}{\phi(B)} (\omega P_t^{(T)} + a_t) = \omega \frac{\theta(B)}{\phi(B)} P_t^{(T)} + z_t \quad (3.65)$$

em que $P_t^{(T)} = 1$ se $t = T$, $P_t^{(T)} = 0$ se $t \neq T$

É importante salientar que a presença de um *outlier* AO, afecta apenas a série de observações Y_t no instante T . Por outro lado a presença de um *outlier* IO provoca um efeito prolongado na série observada, afectando Y_t no instante T e provocando alterações nos instantes seguintes Y_{T+1}, Y_{T+2}, \dots

Conhecendo os parâmetros da série de observações Z_t e o instante de tempo T em que ocorre o *outlier*, pode estimar-se qual o impacto de ω na série de resíduos, através das expressões seguintes:

$$\text{AO:} \quad e_t = \omega_{AO} \pi(B) P_t^T + a_t \quad (3.66)$$

$$\text{IO:} \quad e_t = \omega_{IO} P_t^T + a_t \quad (3.67)$$

em que $\pi(B) = \frac{\phi(B)}{\theta(B)} = 1 - \sum_{i=1}^{\infty} \pi_i B^i$ e $e_t = \pi(B) Y_t$ para $t = 1, 2, \dots, n$.

Por análise das expressões apresentadas em (3.64) e (3.65), pode verificar-se que o efeito dos *outliers* na série de resíduos é contrário ao seu efeito na série original Y_t . Na série de resíduos, para um *outlier* AO, o efeito surge no instante T e prolonga-se para os resíduos seguintes, já no caso de um *outlier* IO, o efeito apenas se faz sentir no instante T .

Tendo por base o princípio dos mínimos quadrados, os estimadores ω para os *outliers* AO e IO são dados pelas expressões:

$$\text{AO:} \quad \omega_{AO,T} = \frac{\pi(F)e_T}{\rho^2} \quad (3.68)$$

$$\text{IO:} \quad \omega_{IO,T} = e_T \quad (3.69)$$

3.3.1 Procedimento Iterativo de Detecção de *Outliers*

O procedimento proposto por Chang, Tiao *et al.* (1988), permite identificar e tratar situações em que existe um número desconhecido de *outliers*. Este procedimento está dividido em duas fases, detecção de *outliers* e estimação de parâmetros. Inicialmente efectua-se a modelação da série original Y_t supondo que não existem *outliers*. Em seguida são aplicadas, alternadamente, as etapas de detecção de *outliers* e de estimação de parâmetros.

3.3.1.1 Etapa de Detecção de *Outliers*

1. Identificar o modelo ARIMA que melhor se ajusta e estimar os parâmetros.

2. A partir do modelo estimado, determinam-se os resíduos \hat{e}_t e a variância $\hat{\sigma}_a^2$.

$$\hat{e}_t = \frac{\hat{\phi}(B)}{\hat{\theta}(B)} Y_t = \hat{\pi}(B) Y_t \quad (3.70)$$

$$\hat{\sigma}_a^2 = \frac{\sum_{t=1}^n \hat{e}_t^2}{n} \quad (3.71)$$

3. Determinar $\hat{\lambda}_{AO,T}$ e $\hat{\lambda}_{IO,T}$:

$$\hat{\lambda}_{AO,T} = \frac{\rho \omega_{AO,T}}{\hat{\sigma}_a} \quad (3.72),$$

$$\hat{\lambda}_{IO,T} = \frac{\hat{\omega}_{IO,T}}{\hat{\sigma}_a} \quad (3.73)$$

4. Considere-se $\eta_T = \max_T \left[\left| \hat{\lambda}_{AO,T} \right|, \left| \hat{\lambda}_{IO,T} \right| \right]$:

- Se $\eta_T = \left| \hat{\lambda}_{AO,T} \right| > C^{(3)}$, então existe um *outlier* AO no instante T. O impacto deste possível AO pode ser estimado por $\hat{\omega}_{AO,T}$ (3.68). De seguida elimina-se esse efeito definindo um novo resíduo $\tilde{e}_T = \hat{e}_T - \hat{\omega}_{AO,T} \hat{\pi}(B)P_t^T = \hat{e}_T + \hat{\omega}_{AO,T} \hat{\pi}_{t-T}$ para $t \geq T$.
- Se $\eta_T = \left| \hat{\lambda}_{IO,T} \right| > C^{(3)}$, então existe um *outlier* IO no instante T. O impacto deste possível IO pode ser estimado por $\hat{\omega}_{IO,T}$ (3.69). De seguida elimina-se esse efeito definindo um novo resíduo $\tilde{e}_T = \hat{e}_T - \hat{\omega}_{IO,T} = 0$ para $t = T$.

Sempre que sejam detectados *outliers*, deve ser calculado um novo valor de variância $\hat{\sigma}_a^2$.

5. Sempre que é identificado pelo menos um *outlier*, na etapa anterior, recalcula-se $\hat{\lambda}_{AO,T}$ e $\hat{\lambda}_{IO,T}$. Este cálculo tem como base as estimativas iniciais dos parâmetros da série temporal, mas utilizando os resíduos modificados e a nova variância. Em seguida devem repetir-se as etapas 3 e 4.
6. As etapas 3, 4 e 5 devem repetir-se até não serem identificados outros candidatos a *outliers*.

³ C é uma constante positiva pré determinada que, segundo Box, Jenkins et al (1994), tem como valores típicos 3.0, 3.5, 4.0.

3.3.1.2 Etapa de Estimação dos Parâmetros

Nesta fase é possível identificar os instantes onde existem *outliers*. Deste modo pode ser construída uma nova série temporal, onde os efeitos dos *outliers* são removidos, utilizando o modelo:

$$Z_t = Y_t - \sum_{j=1}^k \omega_j v_j(B) P_t^{(T_j)} \quad (3.74)$$

em que $v_j(B) = \frac{\theta(B)}{\phi(B)}$ para um IO no instante T_j e $v_j(B) = 1$ para um AO no instante T_j .

CAPÍTULO 4

METODOLOGIA DE APLICAÇÃO

4 Metodologia de Aplicação

A metodologia descrita em seguida incide unicamente sobre processos univariados e auto-correlacionados, pretendendo efectuar-se uma ligação entre a revisão bibliográfica e o trabalho experimental desenvolvido.

4.1 Análise Preliminar dos Dados

Perante um estudo que envolva a utilização de dados reais, deve ser efectuado um extenso trabalho preparatório antes da sua utilização.

Podem ser identificadas quatro fases que compõem a análise preliminar dos dados, como é descrito na Figura 4.1.

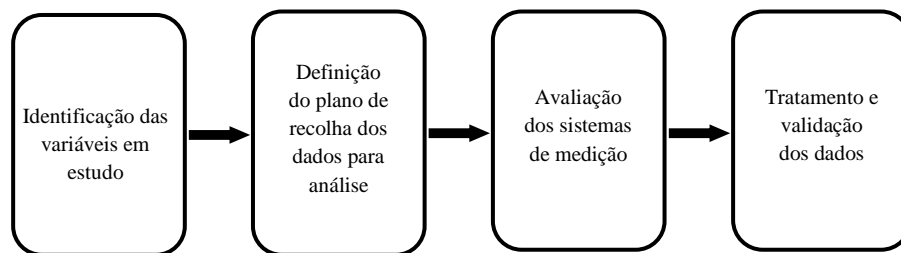


Figura 4.1: Identificação das quatro fases que compõem a análise preliminar dos dados.

4.1.1 Identificação de Variáveis, Definição do Plano de Recolha dos Dados para Análise e Avaliação dos Sistemas de Medição.

No esquema apresentado na Figura 4.2 encontram-se descritos os principais passos a dar nas três primeiras fases que compõem a análise preliminar dos dados.

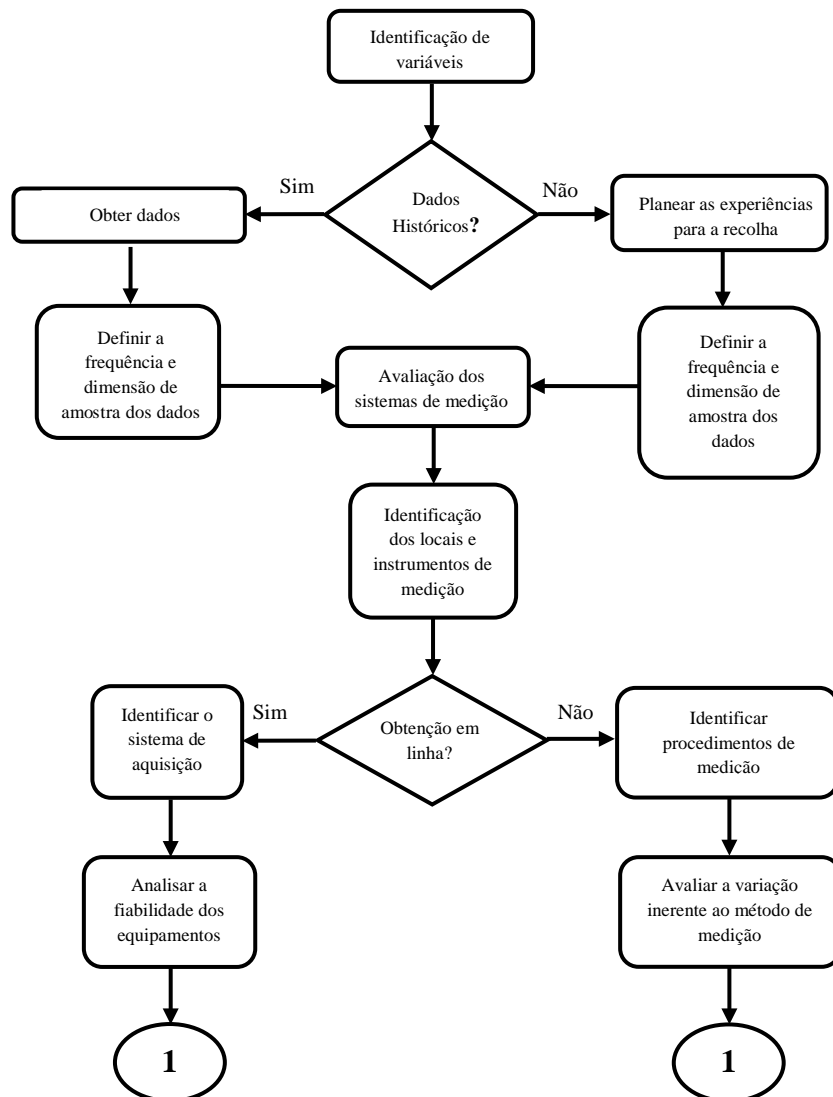


Figura 4.2: Fases de identificação de variáveis, definição do plano de recolha dos dados para análise e avaliação dos sistemas.

Sendo um dos objectivos a modelação matemática, torna-se necessária a recolha de um elevado número de dados, podendo os mesmos ser históricos ou experimentais. Perante dados históricos, o estudo fica condicionado ao tipo de dados existentes, quantidade, qualidade e frequência de amostragem. Quando não existem dados históricos, procede-se à recolha de dados experimentais, pelo que será possível definir a frequência de amostragem. É, no entanto, importante salientar que perante dados históricos, é essencial avaliar se a frequência de amostragem se adequa ao estudo em causa e saber identificar e seleccionar apenas os dados relevantes.

Na fase de avaliação dos sistemas de medição é bastante importante a identificação dos locais e instrumentos de medição. Por outro lado é essencial avaliar e quantificar a fonte de variação introduzida pelo sistema de medição.

4.1.2 Tratamento e Validação dos Dados

Após a obtenção das séries de dados de cada uma das variáveis é necessário proceder ao tratamento e validação dos dados. Esse tratamento e validação deve ser efectuado de uma forma cuidada, uma vez que erros cometidos nesta fase, poderão colocar em causa as conclusões do estudo. Os principais passos a seguir nesta fase encontram-se esquematizados na Figura 4.3.

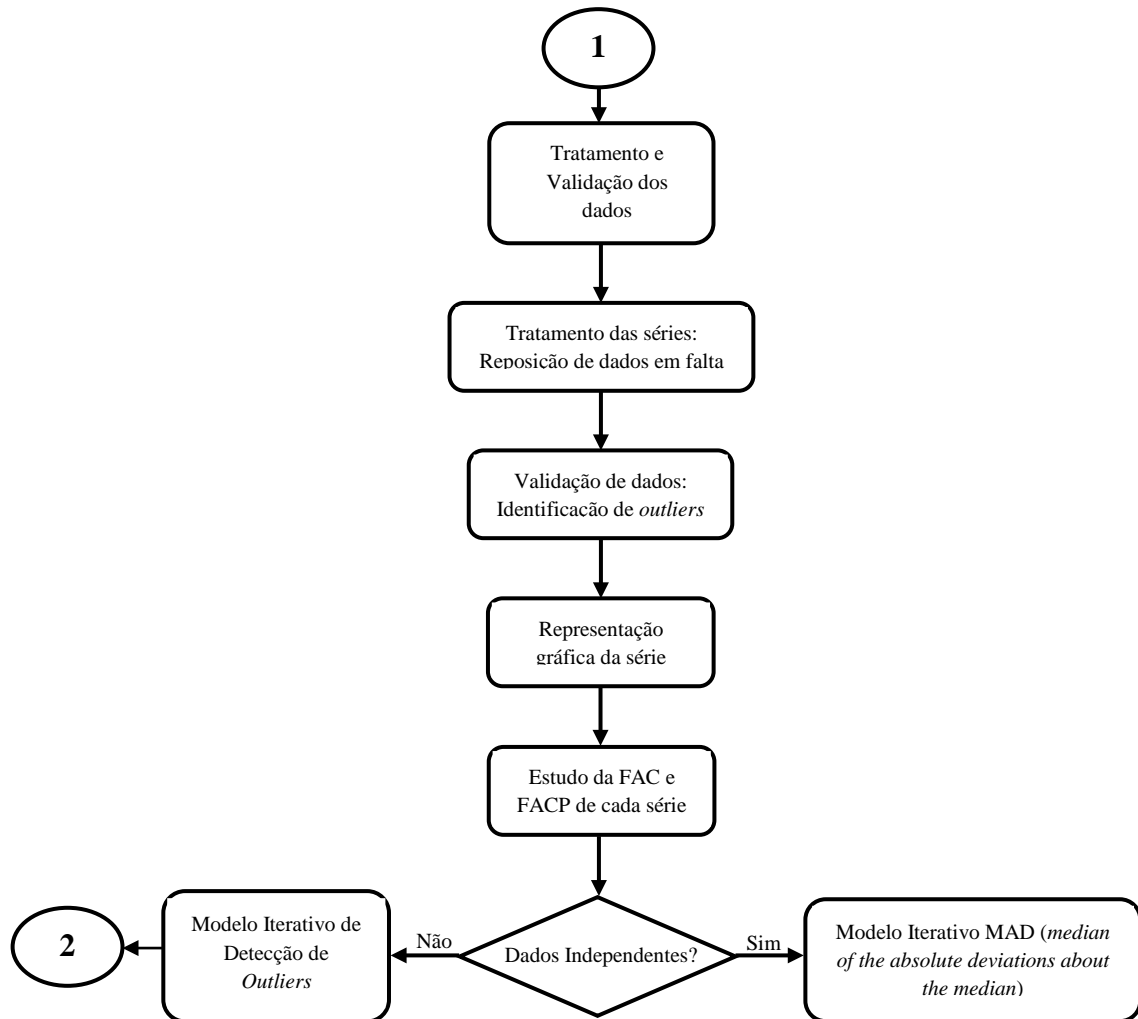


Figura 4.3: Fase de tratamento e validação dos dados.

O primeiro passo a dar nesta fase é o tratamento dos dados. A existência de dados em falta nas séries das variáveis em estudo constitui a primeira preocupação nesta fase. Esta preocupação

ganha especial importância no estudo de séries temporais, uma vez que nesses casos a falta de dados pode inviabilizar a análise da série.

Qualquer software que efectue a análise de séries temporais, disponibiliza também várias opções que permitem a reposição de dados em falta. Por norma, as opções disponibilizadas são: substituição do valor em falta pela média da série, interpolação dos valores adjacentes, média ou mediana dos N pontos adjacentes e previsão do valor com base na regressão linear da série.

Após o tratamento dos dados, será necessário proceder à validação dos mesmos. Esta validação dos dados é efectuada através da identificação de perturbações pontuais que possam afectar o processo, ou a ocorrência de situações anómalas que afectem um ou mais dados. Estes valores, de alguma forma suspeitos, são denominados *outliers* (Capítulo 3, ponto 3.3). É no entanto importante distinguir entre erros grosseiros e verdadeiros *outliers*. A representação gráfica das séries permitirá a identificação de erros grosseiros, que após a sua detecção devem ser identificados e eliminados ou corrigidos (caso seja possível), e ainda a verificação da estacionariedade dos dados.

O tipo de relação existente entre as observações, independentes ou auto-correlacionadas, pode ser conhecida a partir da utilização das funções de auto-correlação (FAC) e auto-correlação parcial (FACP) e sua interpretação (Capítulo 3, pontos 3.2.1e 3.2.2).

A detecção de *outliers* perante observações independentes, deve ser efectuada utilizando o modelo iterativo MAD (*median of the absolute deviations about the median*), procedendo à posterior eliminação dos valores encontrados. Por outro lado, perante observações auto-correlacionadas, a detecção de *outliers* pode ser efectuada com recurso ao modelo iterativo de detecção de *outliers*, desenvolvido em Matos (2005), procedendo posteriormente à substituição dos valores encontrados. Como os dados do presente estudo são auto-correlacionados, iremos apenas desenvolver o método iterativo de detecção de *outliers*.

Na Figura 4.4, encontram-se esquematizados todos os passos, do modelo proposto por Matos (2005), modelo iterativo de detecção de *outliers* (Capítulo 3, ponto 3.3.1), que permite a detecção de *outliers* perante dados auto-correlacionados.

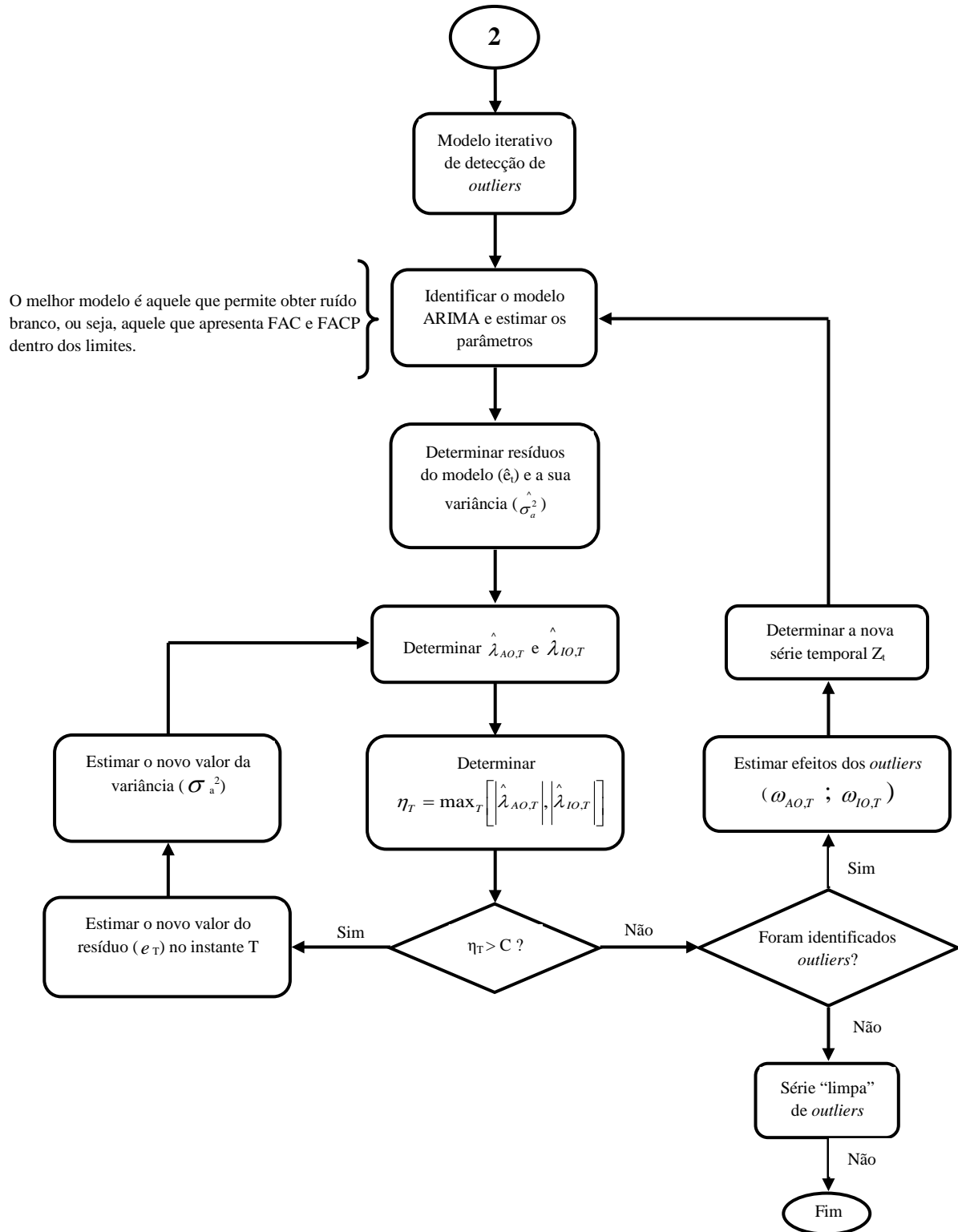


Figura 4.4: Modelo iterativo de detecção de outliers, para dados auto-correlacionados.

4.2 Controlo Estatístico do Processo

A implementação do controlo estatístico do processo pode ser efectuada através da utilização de vários tipos de cartas. Essas cartas podem ser agrupadas segundo o número de variáveis a controlar, em univariadas ou multivariadas, e ainda consoante o tipo de dados disponíveis, em independentes entre si ou auto-correlacionados, tal como se encontra descrito na Figura 4.5.

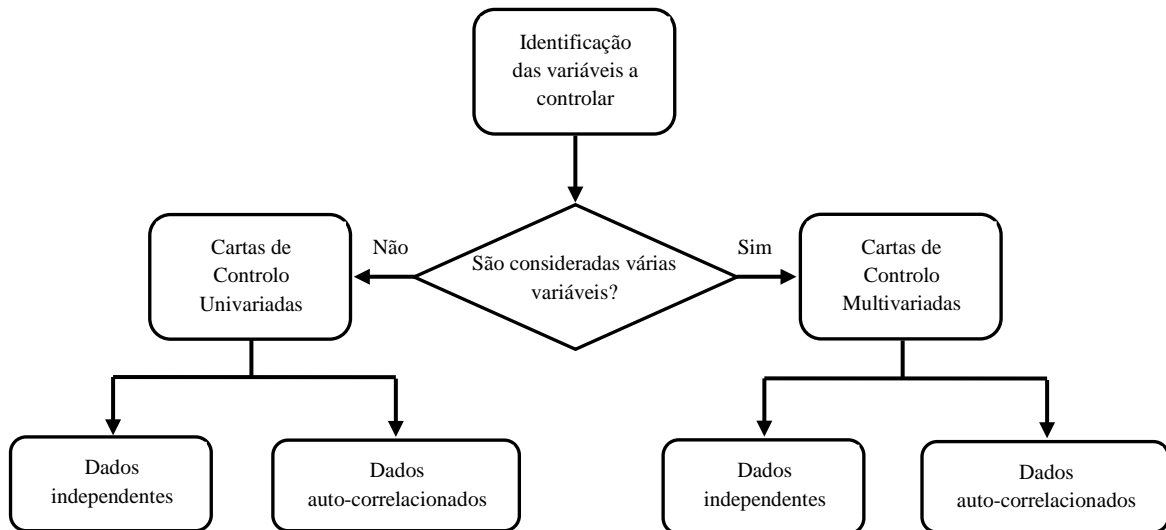


Figura 4.5: Aspectos a considerar na implementação de cartas de controlo.

Apesar do estudo prático, apresentado no Capítulo 5, incidir sobre duas variáveis (Cor e Extracto Primitivo), não podem ser utilizadas cartas multivariadas visto os dados terem sido recolhidos em instantes distintos. Deste modo, a metodologia apresentada, irá contemplar apenas o estudo de cartas de controlo univariadas de dados auto-correlacionados.

Cartas de Controlo Univariadas

A metodologia de aplicação das cartas de controlo univariadas, irá compreender 3 etapas tal como é descrito na Figura 4.6.

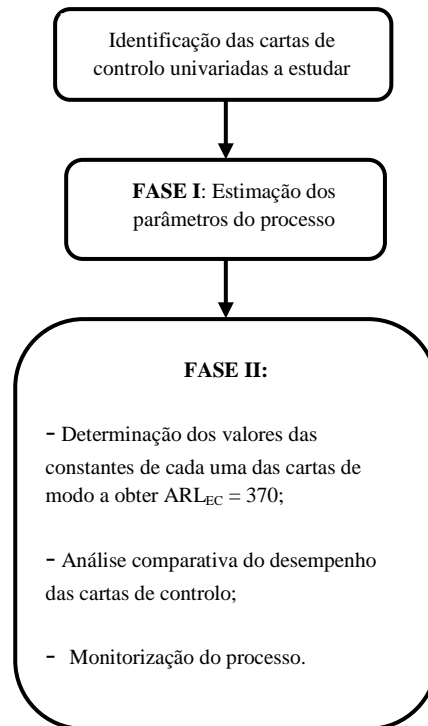


Figura 4.6: Etapas da metodologia de aplicação de cartas univariadas.

A primeira etapa consiste na escolha de todas as cartas de controlo univariadas que se pretendem estudar. Na segunda etapa deve aplicar-se a Fase I do procedimento habitual na implementação de cartas de controlo a um determinado processo, ou seja, devem ser estimados os parâmetros do processo. A última etapa, Fase II, compreenderá três fases distintas. Numa primeira fase devem ser estimados os valores das constantes de cada uma das cartas em estudo, de modo a obter um valor de $ARL_{EC}=370$. Numa segunda fase deve proceder-se a uma análise comparativa do desempenho das cartas de controlo consideradas, através do valor de ARL e do respectivo desvio padrão (SDRL). Por último devem ser aplicadas as cartas de controlo escolhidas, a novos dados do processo. É no entanto importante salientar que sempre que existam dúvidas na escolha da melhor carta, na etapa de análise comparativa, deve avançar-se para a terceira etapa (monitorização do processo) e aí escolher a carta que melhor se aplica.

4.2.1 FASE I: Estimação dos Parâmetros do Processo

A Fase I é considerada a fase crucial da implementação de cartas de controlo, na medida em que todo o trabalho subsequente, e respectivos resultados, dela dependerá.

Uma vez que a metodologia que se pretende desenvolver considera o tratamento de dados auto-correlacionados em que a dimensão da amostra é unitária, optou-se por aplicar nesta fase as cartas de resíduos SCC (“*Special Cause Chart*”).

Encontram-se esquematizados na Figura 4.7, os principais passos a serem seguidos na estimação dos parâmetros do processo.

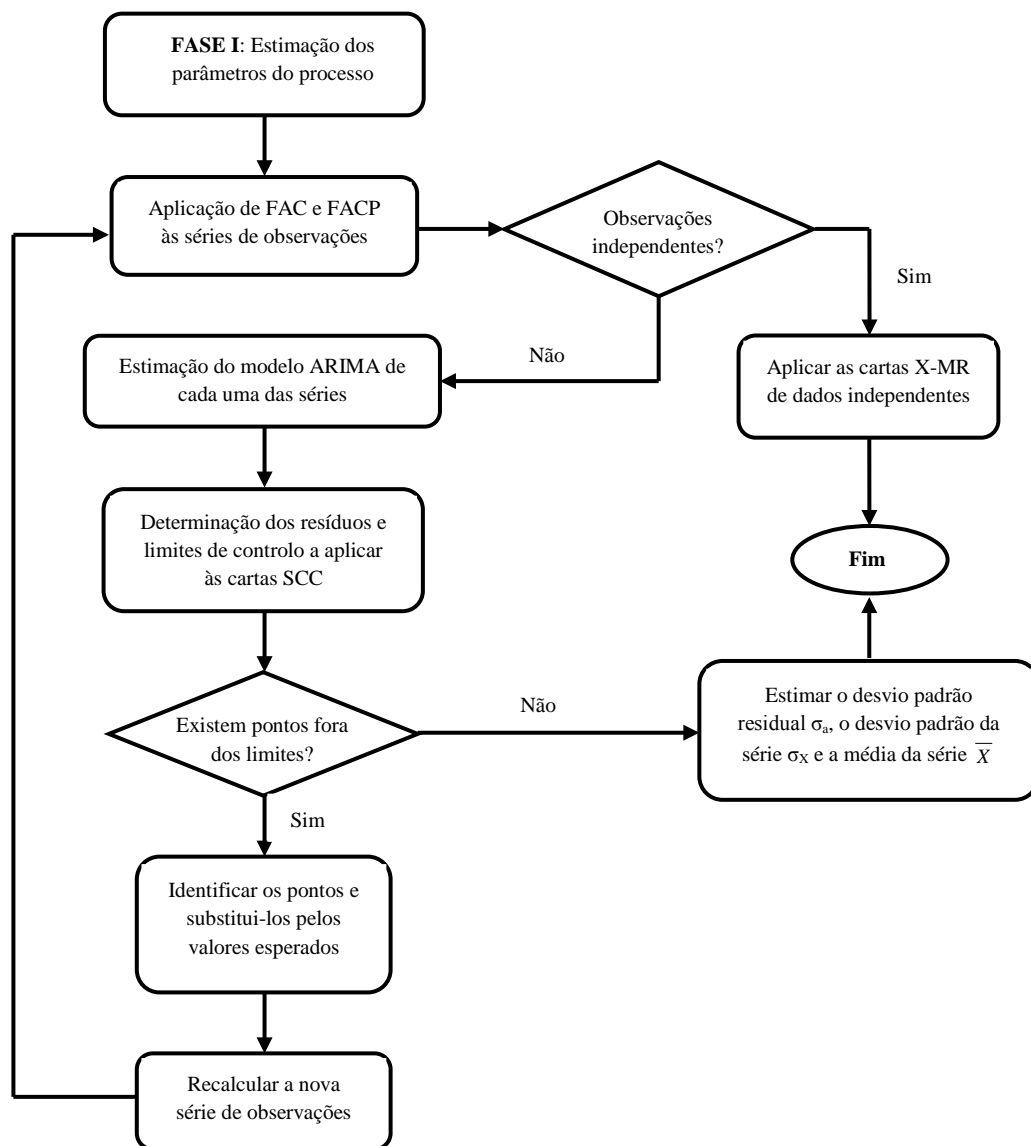


Figura 4.7: Estimação dos parâmetros do processo (Fase I).

4.2.2 FASE II: Monitorização do Processo

Considerando que a presente metodologia pretende efectuar uma análise comparativa do desempenho das cartas de controlo, será necessário criar condições que permitam essa comparação. A sugestão apresentada passa por definir valores das constantes a utilizar no cálculo dos limites de controlo de modo a obter, para todas as cartas, um valor de ARL comum e igual a 370. A determinação destas constantes é normalmente efectuada recorrendo a modelos de simulação. Na presente Dissertação optou-se por recorrer a modelos de simulação desenvolvidos no *software* MATLAB. Dois aspectos importantes a ter em consideração nestas simulações, consistem na definição da dimensão e número de ciclos a efectuar em cada uma das simulações. Relativamente ao número de ciclos a considerar, este deve ser atribuído de forma a garantir resultados o mais estáveis possível.

Após concluída a fase I será possível proceder à determinação do desvio padrão a utilizar na carta EWMAST e do desvio padrão e valor de Θ a utilizar na carta MCEWMA, através de simulações efectuadas em EXCEL.

O esquema representativo dos passos a seguir na determinação do desvio padrão a utilizar na carta EWMAST encontra-se na Figura 4.8.

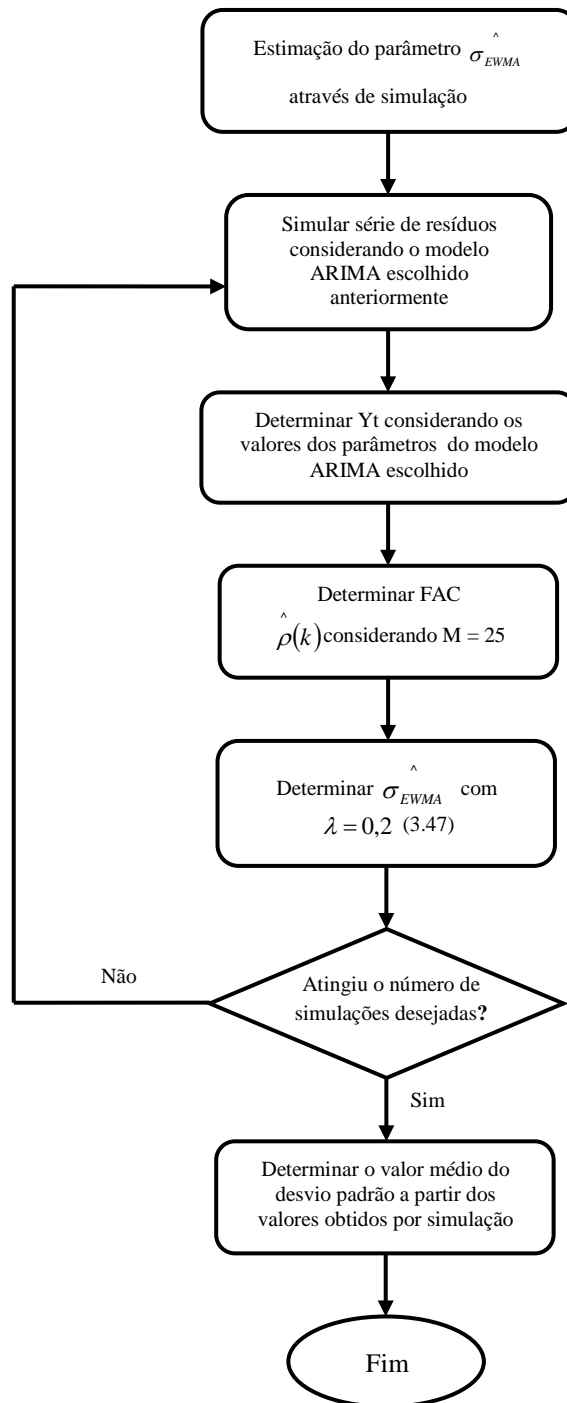


Figura 4.8: Estimação do desvio padrão a aplicar na carta de controlo EWMAST

O esquema representativo dos passos a seguir na determinação do desvio padrão e valor de θ a utilizar na carta MCEWMA, encontra-se na Figura 4.9.

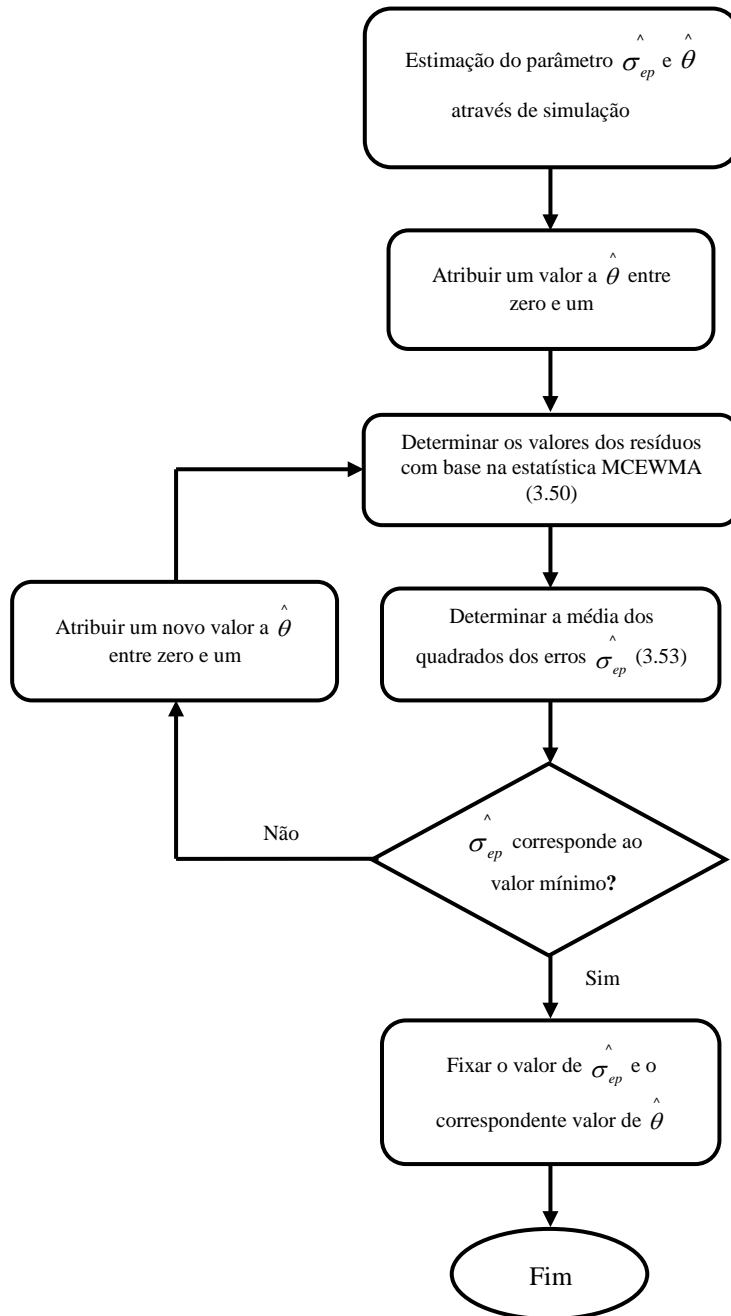


Figura 4.9: Estimação do desvio padrão e do valor de θ a aplicar na carta de controlo MCEWMA.

A determinação dos valores das constantes a aplicar no cálculo dos limites da carta EWMA de resíduos encontra-se esquematizada na Figura 4.10.

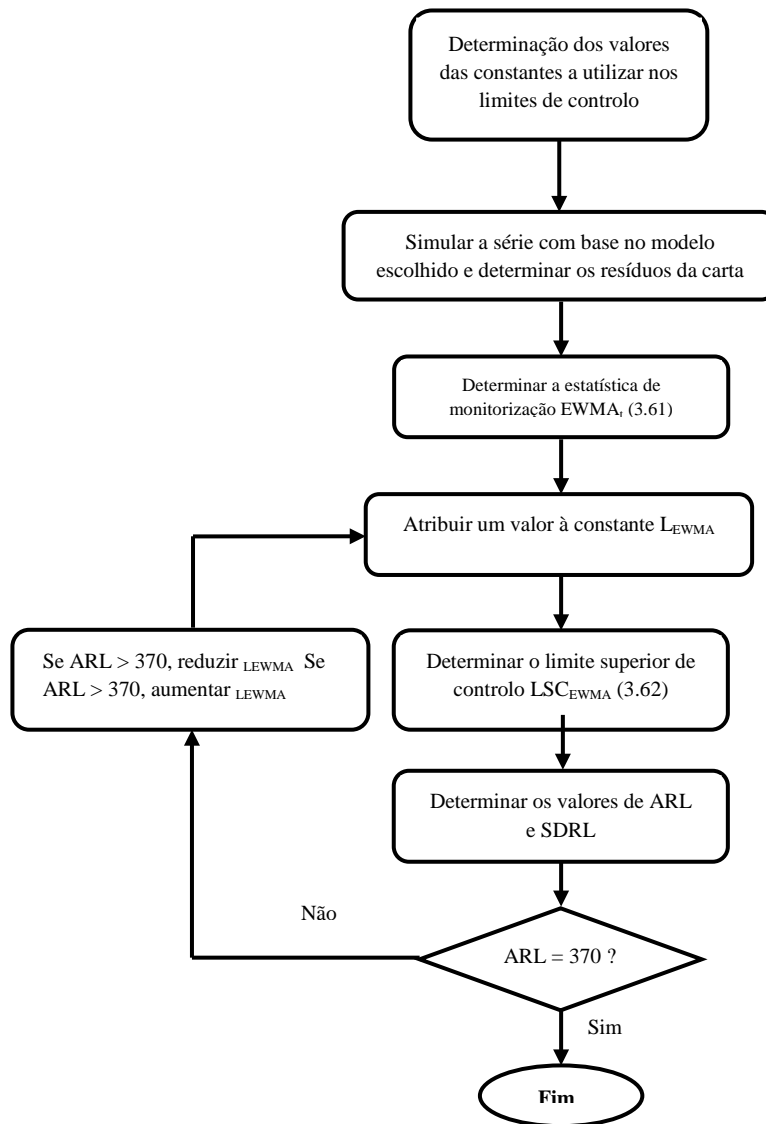


Figura 4.10: Determinação dos valores das constantes a utilizar no cálculo dos limites da carta EWMA de resíduos.

O fluxograma referente à carta EWMAST encontra-se representado nas Figuras 4.11.

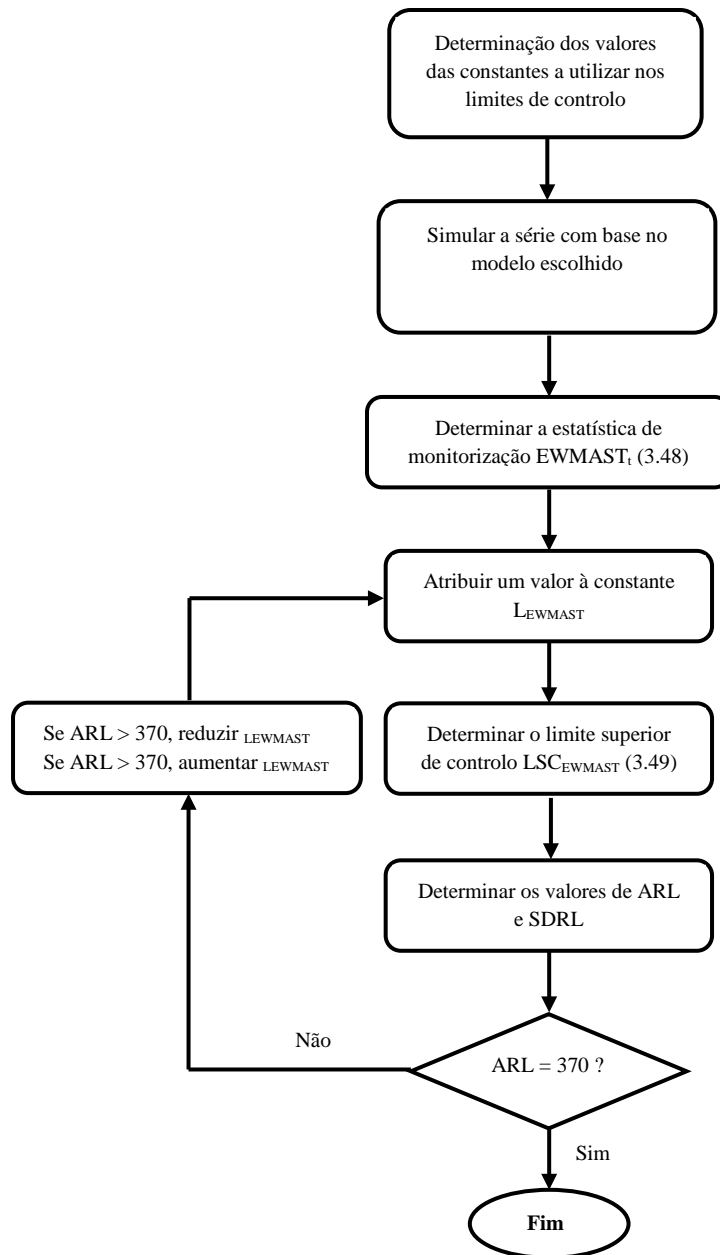


Figura 4.11: Determinação dos valores das constantes a utilizar no cálculo dos limites da carta EWMAST.

O fluxograma referente à carta MCEWMA com tracking signal encontra-se representado na Figura 4.12.

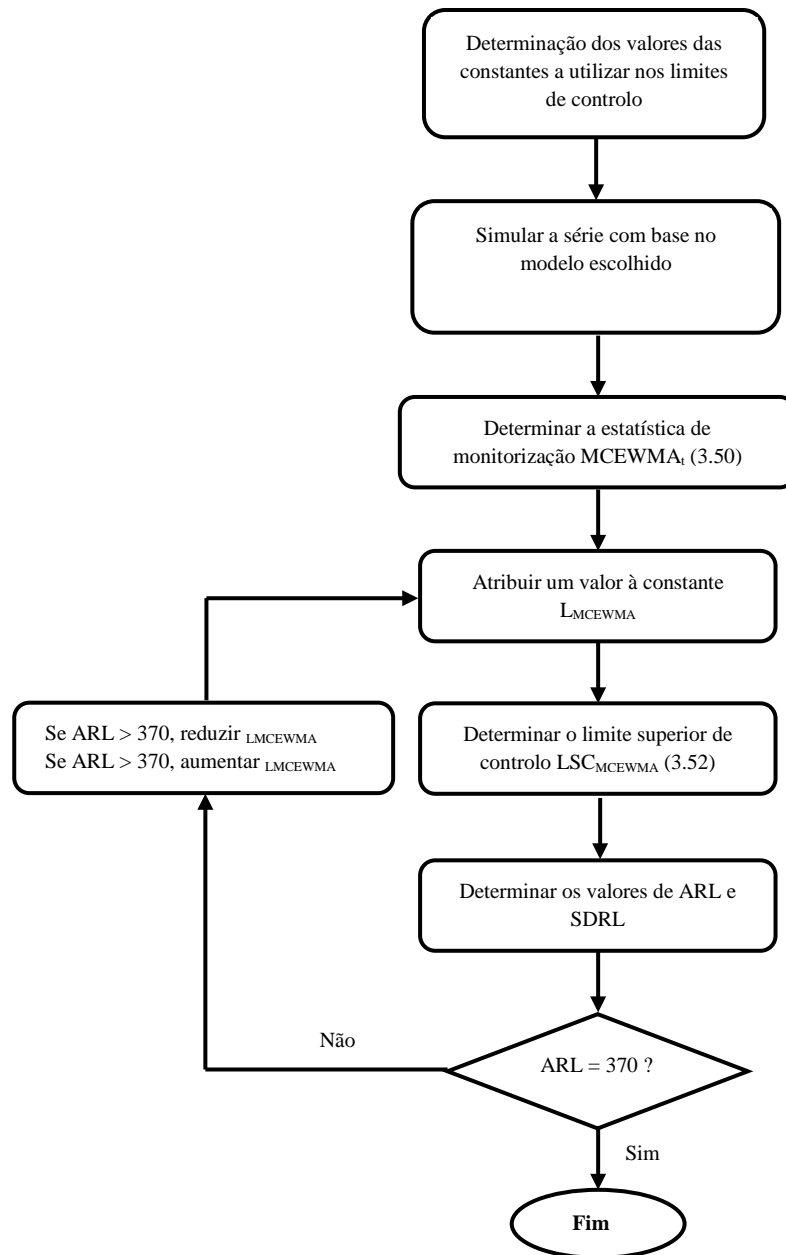


Figura 4.12: Determinação dos valores das constantes a utilizar no cálculo dos limites da carta MCEWMA.

A segunda etapa desta fase tem como objectivo a escolha da carta mais adequada para a monitorização da característica da qualidade desejada em cada uma das fases do processo. Esta análise comparativa do desempenho das cartas de controlo em estudo, é efectuada

utilizando, como medida de desempenho, o valor de ARL e o respectivo desvio padrão (SDRL) obtidos fora de controlo, quando o processo é sujeito a alterações grandes, moderadas ou pequenas no parâmetro da média do processo.

A determinação dos valores de ARL e SDRL é geralmente efectuada recorrendo a modelos de simulação embora, para algumas cartas, possam ser determinados através de expressões analíticas. Os modelos de simulação utilizados serão idênticos aos utilizados na etapa anterior, diferindo apenas no valor de desvio padrão utilizado no cálculo do ARL e SDRL. Para cada uma das fases foram efectuadas simulações utilizando valores de desvio padrão a variar entre 0σ e 3σ com intervalos iguais a 0,5. Os valores obtidos podem posteriormente ser avaliados de forma a determinar a melhor carta para cada uma das fases do processo. A Figura 4.13 descreve a metodologia utilizada nesta etapa.

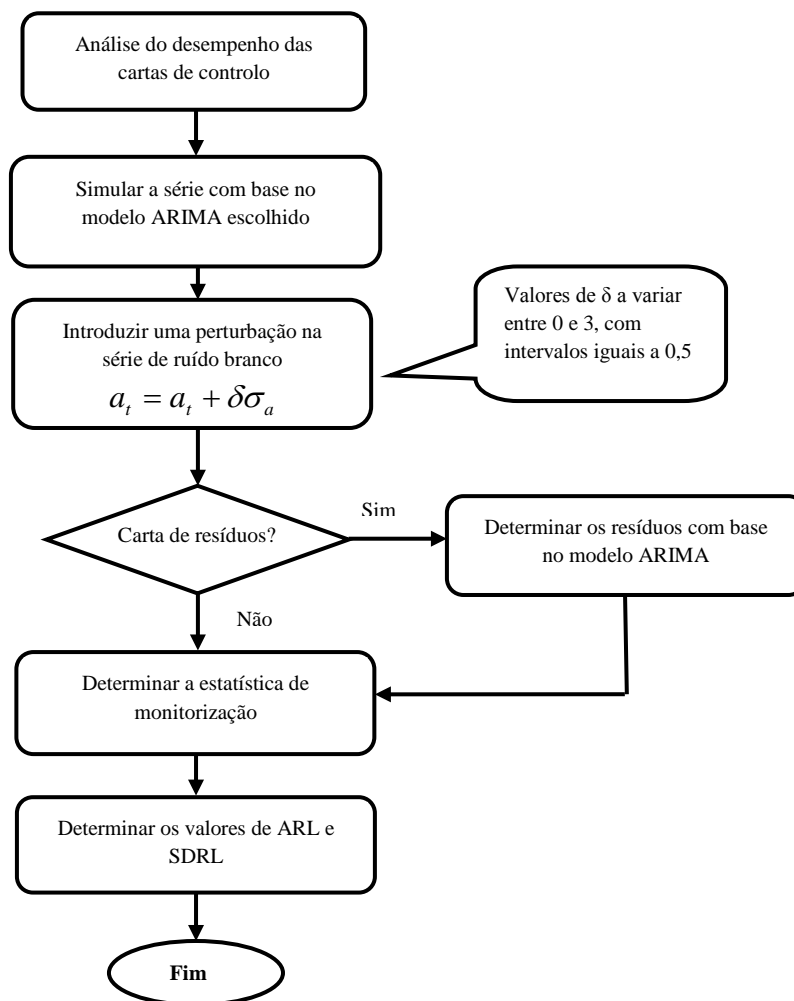


Figura 4.13: Análise do desempenho das cartas de controlo.

Tal como descrito na Figura 4.6 a última etapa da Fase II corresponde à monitorização de cada uma das fases do processo produtivo, ou seja, é efectuada a aplicação de dados “frescos” (janela de validação) à carta de controlo escolhida na fase anterior.

4.3 Estudo da Capacidade do Processo

Na presente metodologia foram apenas consideradas especificações bilaterais, uma vez que, o trabalho experimental desenvolvido no Capítulo 5 considera apenas este tipo de especificação. Na Figura 4.14 encontram-se esquematizados os passos a seguir no estudo da capacidade do processo.

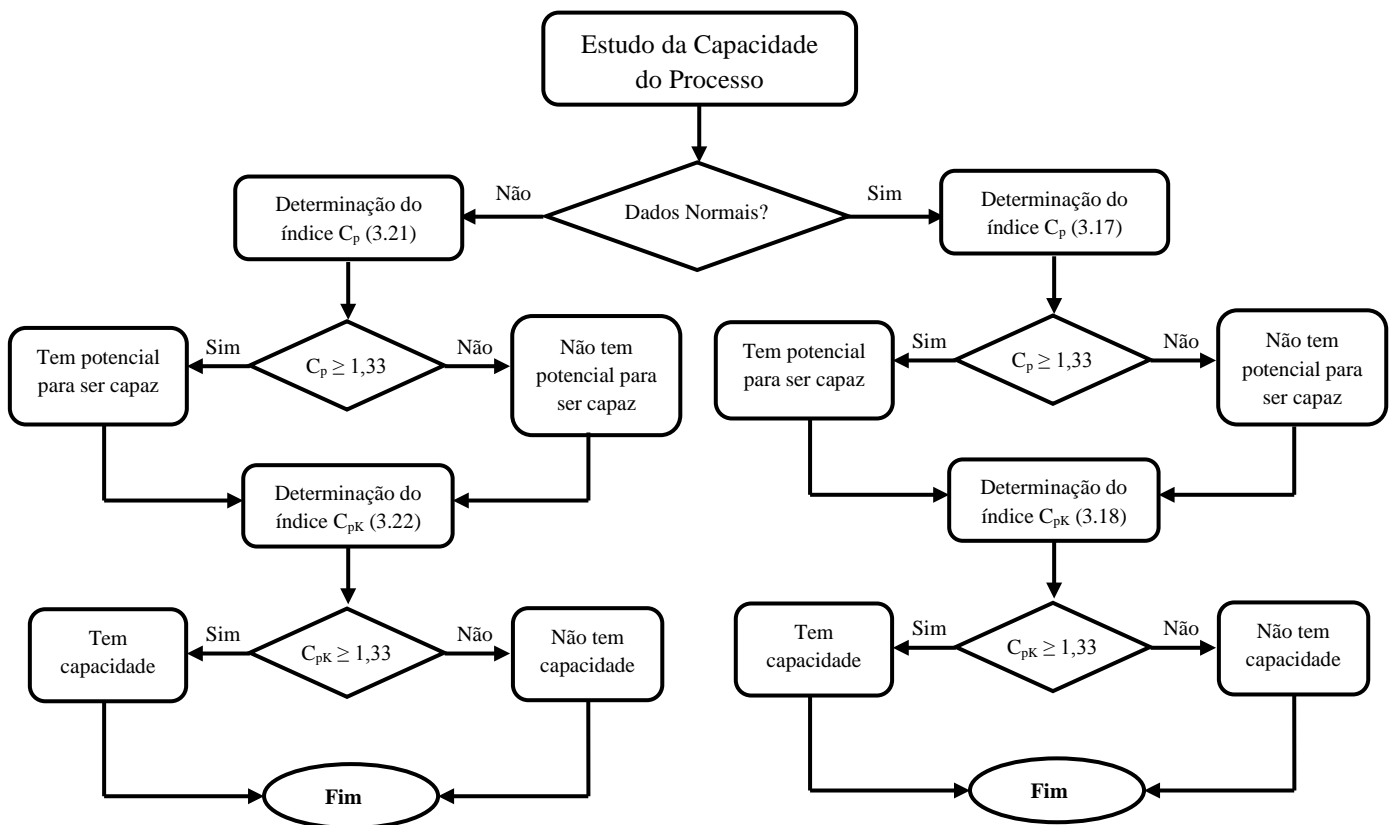


Figura 4.14: Estudo da capacidade do processo.

CAPÍTULO 5

ABORDAGEM EXPERIMENTAL

5 Abordagem Experimental

A presente Dissertação foi desenvolvido na unidade fabril de Vialonga, pertença da Sociedade Central de Cervejas S.A., tendo como objecto de estudo a conceituada cerveja Sagres. O estudo das variáveis foi efectuado em três das fases do processo produtivo - Brassagem, Guarda e Filtração.

5.1 Identificação das Variáveis em Estudo

Considerando a Metodologia apresentada no Capítulo 4 a primeira fase a considerar na análise preliminar dos dados foi a identificação das variáveis em estudo.

Após uma breve explicação relativamente aos objectivos da presente Dissertação, foi sugerido pela Sociedade Central de Cervejas o estudo de duas variáveis, cor e extracto primitivo.

A cor da cerveja está essencialmente relacionada com a coloração dos maltes utilizados na sua fabricação, sendo no entanto possível recorrer a corantes naturais (caramelo) no caso da cerveja preta.

O extracto primitivo mede a concentração de açúcares, fermentescíveis e não fermentescíveis, presentes no mosto antes da fermentação. Existem, para esta característica, valores limite legais que definem as diferentes tipologias de cerveja (ex: cerveja sem álcool, cervejas especiais, etc.).

5.2 Recolha e Tratamento Inicial dos Dados

Após a definição das características a estudar procedeu-se à definição do plano de recolha dos dados.

A Cor e o Extracto Primitivo são características medidas em três fases do processo (Brassagem, Guarda e Filtração). Na Brassagem estas características são medidas à

saída do arrefecedor em todos os fabricos, na Guarda é analisada uma amostra de um tanque em cada série de tanques iguais e na Filtração é analisada uma amostras em todos os tanques.

Considerando o descrito no parágrafo anterior, a utilização de dados históricos foi a única opção, devido ao tempo limitado e ao elevado número de dados necessários à modelação do processo.

A janela temporal considerada nesta primeira fase foi entre 1 de Outubro de 2008 e 26 de Abril de 2009. Como a recolha de dados está dependente da quantidade de cerveja produzida, a frequência de amostragem é definida por fabrico na Brassagem, por série de tanques na Guarda e por tanque filtrado na Filtração. Desta forma o número de observações recolhidas nesta janela temporal variou em cada uma das fases do processo.

Deste modo o número de dados históricos utilizados nesta primeira fase encontram-se na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Dimensão das amostras de cada fase entre 01.10.2008 e 26.04.2009.

COR		Extracto Primitivo	
Fase do processo	Dimensão da amostra	Fase do processo	Dimensão da amostra
Brassagem	1069	Brassagem	1134
Guarda	326	Guarda	326
Filtração	1267	Filtração	1267

5.2.1 Avaliação do Sistema de Medição

A recolha de dados de cor e extracto primitivo da cerveja é efectuada, em laboratório, com recurso ao analisador automático Scaba. As amostras introduzidas no Scaba devem



ser previamente aquecidas em banho-maria (18°-22°C) e agitadas durante 10 minutos em agitador magnético. Este aparelho foi especialmente concebido para análise da cerveja, determinando a concentração de álcool, o extracto aparente, real e primitivo, a cor e o pH da cerveja. É ainda importante referir que este aparelho confere uma

resolução de 0,01 e que as unidades utilizadas na medição da Cor e do Extracto Primitivo são unidades EBC e percentagem massa/massa (°P) respectivamente.

5.3 Tratamento e Validação dos Dados

Após a recolha e tratamento inicial dos dados, procedeu-se à validação dos mesmos.

Tal como descrito no Capítulo 4, os erros cometidos nesta fase podem colocar em causa as conclusões do estudo, pelo que esta fase foi efectuada de uma forma bastante cuidada.

Considerando o descrito na Figura 4.3, o primeiro passo é a reposição de dados em falta seguido da identificação de *outliers*.

5.3.1 Reposição de Dados em Falta

Sempre que se trabalha com dados provenientes de bases de dados já existentes (dados históricos) a existência de dados em falta é uma possibilidade.

No presente estudo a existência de dados em falta deve-se, em grande parte, a ensaios cujos valores não foram registados.

Foi efectuada uma verificação prévia que demonstrou a existência de auto-correlação entre os dados, pelo que, após a detecção de dados em falta foi necessário complementar esse informação. Utilizou-se uma ferramenta do *software* STATISTICA, que determina os valores em falta por interpolação dos valores adjacentes.

5.3.2 Identificação de Possíveis *Outliers*

De acordo com a Figura 4.3, após a reposição de dados em falta, deve efectuar-se uma representação gráfica e um estudo da FAC e FACP de cada uma das séries, antes de se dar início à identificação de possíveis *outliers*.

5.3.2.1 Representação Gráfica

Através da representação gráfica de cada uma das séries, pode verificar-se a estacionariedade dos dados e ainda identificar-se a existência de erros grosseiros que devem ser eliminados ou corrigidos (se possível).

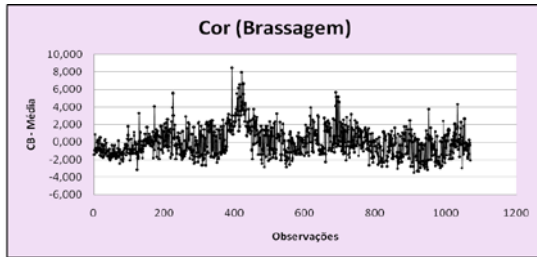


Figura 5.1: Representação gráfica da série de dados Cor – Brassagem.

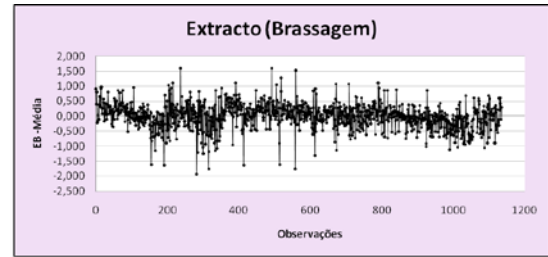


Figura 5.4: Representação gráfica da série de dados Extracto – Brassagem.

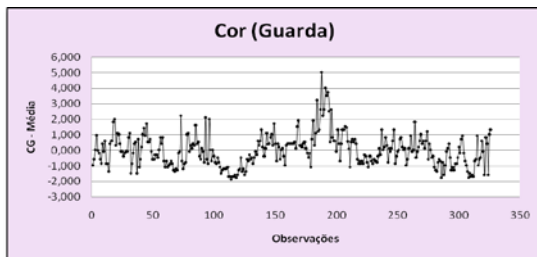


Figura 5.2: Representação gráfica da série de dados Cor – Guarda.

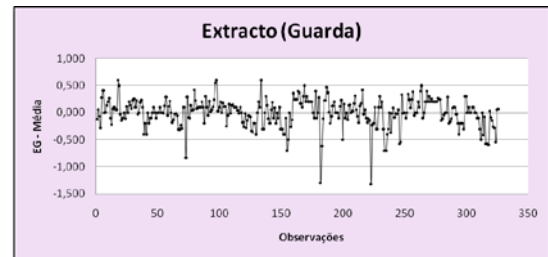


Figura 5.5: Representação gráfica da série de dados Extracto – Guarda.

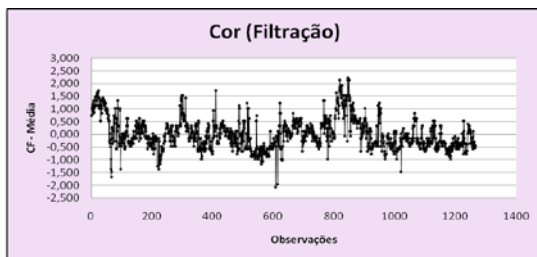


Figura 5.3: Representação gráfica da série de dados Cor – Filtração.

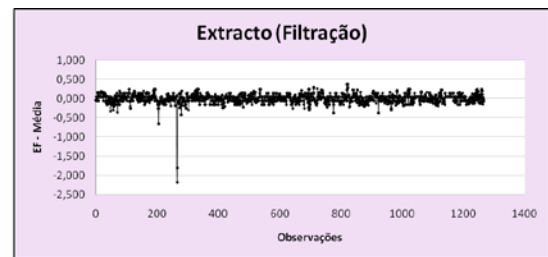


Figura 5.6: Representação gráfica da série de dados Extracto – Filtração.

Através da análise dos gráficos das Figuras 5.1 a 5.5 verificou-se a aparente estacionariedade de todas as séries de dados. Não sendo também identificados quaisquer erros grosseiros nestas séries. Por outro lado, após a análise da Figura 5.6 a série Extracto – Filtração apresenta erros grosseiros que tiveram de ser eliminados.

Depois de identificados os instantes em que ocorreram os erros grosseiros, e analisadas as causas que os originaram, estes foram eliminados e tratados como se tivesse ocorrido uma falta de dados.

A Figura 5.7 apresenta esta série de dados após a eliminação desses erros.

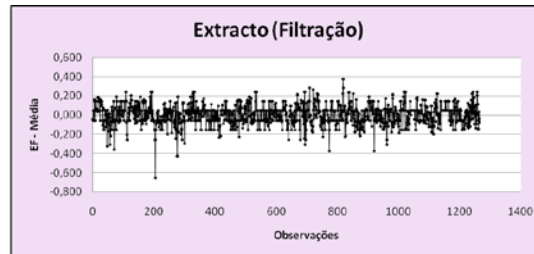


Figura 5.7: Representação gráfica da série de dados Extracto – Filtração, após a remoção dos erros grosseiros.

A análise do gráfico da Figura 5.7 permite verificar a aparente estacionariedade dos dados desta série e ainda a inexistência de erros grosseiros.

5.3.2.2 Estudo da FAC e FACP

Antes de iniciar a identificação de possíveis *outliers* procedeu-se à análise da função de auto-correlação (FAC) e de auto-correlação parcial (FACP) para cada uma das séries de dados. A análise destas funções permitiu definir qual o modelo a aplicar, modelo Iterativo de Detecção de *Outliers* ou o modelo MAD, através da verificação da existência, ou não, de auto-correlação dos dados das séries.

A título de exemplo as Figuras 5.8 e 5.9 apresentam as funções de auto-correlação e auto-correlação parcial da característica Cor na fase de Brassagem. Os gráficos representativos destas funções para as restantes séries de dados encontram-se nas Figuras II.1.1 a II.1.10 no Anexo II.

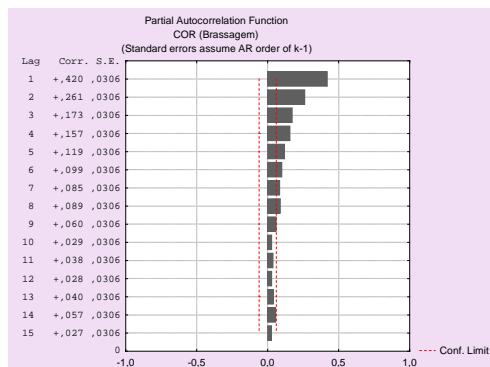


Figura 5.8: Representação gráfica da Função de Auto-correlação da série Cor – Brassagem.

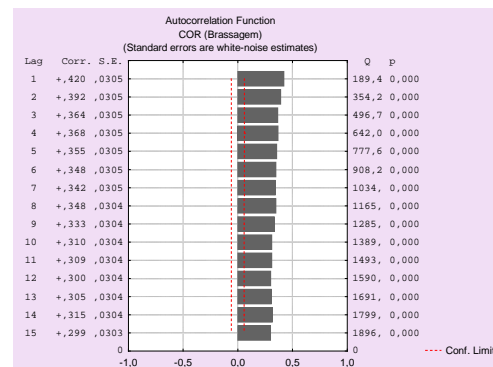


Figura 5.9: Representação gráfica da Função de Auto-correlação Parcial da série Cor-Brassagem.

A partir da análise dos gráficos de todas as Figuras concluiu-se que todas as séries apresentam dados auto-correlacionados, uma vez que em todos os casos, existem valores de r_k fora do intervalo de confiança.

Perante a auto-correlação dos dados das séries o modelo utilizado, na identificação de *outliers*, foi o Modelo Iterativo de Detecção de *Outliers*.

5.3.2.3 Modelo Iterativo de Detecção de *Outliers*

Após a escolha do modelo mais adequado, este modelo foi aplicado recorrendo a uma folha de cálculo do Microsoft Excel.

Para a identificação de possíveis *outliers* nas séries consideradas, recorreu-se ao esquema apresentado na Figura. 4.4, que descreve o método de aplicação do Modelo Iterativo de Detecção de *Outliers*. O primeiro passo foi o ajuste do melhor modelo ARIMA, recorrendo à aplicação das funções de auto-correlação (FAC) e auto-correlação parcial (FACP) através do *software* STATISTICA. Uma vez identificados os modelos que melhor se ajustaram às séries de dados, iniciou-se a identificação de *outliers*. Após a identificação de todos os *outliers*, foram determinadas novas série temporais onde o efeito dos *outliers* foi removido. Todos estes passos foram repetidos até se obterem séries limpas de *outliers*.

Nas Tabelas 5.2 e 5.3 encontram-se descritos os modelos utilizados no início e final da aplicação do Modelo Iterativo de Detecção de *Outliers*, bem como os valores das média e desvios padrão de cada processo e ainda os valores dos desvios padrão residuais.

Tabela 5.2: Modelos utilizados, inicialmente, na aplicação do Modelo Iterativo de Detecção de *Outliers* para cada uma das séries.

Característica	Modelo ARIMA	Desvio padrão residual	Média do processo	Desvio padrão do processo
Extracto Brassagem	$y_t \times \Delta^1 = a_t - 0,9100a_{t-1}$	0,3993	14,6415	0,4201
Extracto Guarda	$y_t = 0,406627 y_{t-1} + a_t$	0,2366	14,2998	0,2589
Extracto Filtração	$y_t = -0,42450 y_{t-1} + 0,8768 y_{t-2} + 0,48194 y_{t-3} - 0,1784 y_{t-4} + 0,9099 a_{t-1} - 0,58767 a_{t-2} - 0,65231 a_{t-3} + a_t$	0,1195	10,7564	0,1309
Cor Brassagem	$y_t = 0,976244 y_{t-1} - 0,830857 a_{t-1} + a_t$	1,3722	12,0416	1,6502
Cor Guarda	$y_t = 0,876890 y_{t-1} - 0,396594 a_{t-1} - 0,167359 a_{t-2} + 0,143170 a_{t-3} + a_t$	0,7689	10,5698	1,0502
Cor Filtração	$y_t \times \Delta^1 = 0,403230 y_{t-1} + 0,164814 y_{t-2} - 0,906212 a_{t-1} + a_t$	0,3560	7,2650	0,6075

Tabela 5.3: Modelos finais utilizados na aplicação do Modelo Iterativo de Detecção de *Outliers* para cada uma das séries.

Característica	Modelo ARIMA	Desvio padrão residual	Média do processo	Desvio padrão do processo
Extracto Brassagem	$y_t \times \Delta^1 = a_t - 0,884488 a_{t-1}$	0,3214	14,6452	0,3579
Extracto Guarda	$y_t = 0,867670 y_{t-1} - 0,430429 a_{t-1} - 0,205924 a_{t-2} + a_t$	0,2029	14,3107	0,2330
Extracto Filtração	$y_t = 0,750131 y_{t-1} - 0,496436 a_{t-1} + a_t$	0,0901	10,7625	0,0963
Cor Brassagem	$y_t = 0,976994 y_{t-1} - 0,829995 a_{t-1} + a_t$	1,2917	12,0081	1,5659
Cor Guarda	$y_t = 0,874324 y_{t-1} - 0,399757 a_{t-1} + a_t$	0,6886	10,5289	0,9587
Cor Filtração	$y_t = 0,951908 y_{t-1} - 0,341935 a_{t-1} + a_t$	0,2329	7,2387	0,5185

Inicialmente foram duas as séries de dados, Extracto - Brassagem e Cor - Filtração, em que o modelo que melhor se ajustou foi um IMA. Destas duas séries apenas uma, Extracto Brassagem, apresenta como melhor modelo final um IMA. Todas as outras séries apresentaram como melhor modelo inicial e final, modelos ARMA.

Considerando ambas as características, Extracto Primitivo e Cor, foi possível observar que, em todas as séries, todos os valores obtidos inicialmente são superiores aos obtidos no final da aplicação do Modelo. Esta situação pode ser explicada pelo facto de terem sido retirados os efeitos de todos os *outliers*, reduzindo assim a variação e média do processo e consequentemente dos resíduos.

5.3.2.4 Melhor Método para a Identificação de *Outliers*

Uma vez que a um *outlier* corresponde uma causa especial de variação, considerou-se importante efectuar uma comparação entre o número de *outliers* identificados pelo Modelo Iterativo de Detecção de *Outliers* e o número identificado pela aplicação de Cartas de Controlo e-MR. Os resultados obtidos encontram-se apresentados na Tabela 5.4.

Tabela 5.4: Número de *outliers* detectados nas séries através do Modelo de Detecção de *Outliers* e da aplicação de Cartas de Controlo e – MR.

Característica	Nº de <i>outliers</i> C.C. e-MR	Nº de <i>outliers</i> MIDO
Extracto Brassagem	73	48
Extracto Guarda	28	3
Extracto Filtração	46	25
Cor Brassagem	42	18
Cor Guarda	39	7
Cor Filtração	318	180

Através da análise da Tabela 5.4 o número de *outliers* detectados pelas Cartas de Controlo e-MR é bastante superior ao número detectado pela aplicação do Modelo Iterativo de Detecção de *Outliers*. A partir destes dados, pode concluir-se que a identificação de *outliers* recorrendo às Cartas de Controlo e-MR é bastante “perigosa” na medida em que pode levar à eliminação de falsos *outliers*.

5.4 Aplicação de Cartas de Controlo

Este ponto tem como principal objectivo identificar, entre um grupo de quatro cartas de controlo diferentes, quais as que apresentam melhor desempenho na monitorização das várias fases do processo. As quatro cartas de controlo utilizadas são as cartas SCC (Shewhart de resíduos), EWMA de resíduos, EWMAST e MCEWMA. De forma a avaliar e comparar o desempenho de cada uma das cartas de controlo, recorrendo a modelos de simulação, serão introduzidas alterações na média do processo.

Todo o estudo desenvolvido no presente ponto tem como base a metodologia apresentada no Capítulo 4, no ponto 4.2.

5.4.1 Fase I: Definição dos Parâmetros do Processo

Tal como foi referido anteriormente, e comprovado pela aplicação das funções de auto-correlação e auto-correlação parcial, as séries de dados em estudo apresentavam dados auto-correlacionados. Por este motivo foram estimados modelos ARIMA para cada uma das séries de dados, após a aplicação do Modelo Iterativo de Detecção de *Outliers*, seguindo-se a determinação dos resíduos e limites de controlo a aplicar às cartas de controlo SCC. Sendo os limites de controlo das cartas SCC calculados considerando os valores dos desvios padrão residuais.

Considerando a série de dados Cor - Brassagem, apresenta-se seguidamente um pequeno resumo da informação considerada relevante nesta fase (a Tabela 5.3 contém a informação referente às restantes séries):

- Desvio padrão residual: 1,2917
- Média do processo: 12,0081
- Desvio padrão do processo: 1,5659

Os limites de controlo, para a carta SCC, são dados por:

$$\text{Carta SCC} \left\{ \begin{array}{l} \text{LSC}_{\text{SCC}} = 3,8751 \\ \text{LC}_{\text{SCC}} = 0 \\ \text{LIC}_{\text{SCC}} = -3,8751 \end{array} \right.$$

Na Figura 5.10 está representada a Carta de Controlo SCC, referente à variável Cor obtida na fase de brassagem. As cartas referentes às restantes situações encontram-se no Anexo II nas Figuras II.2.1 a II.2.5.

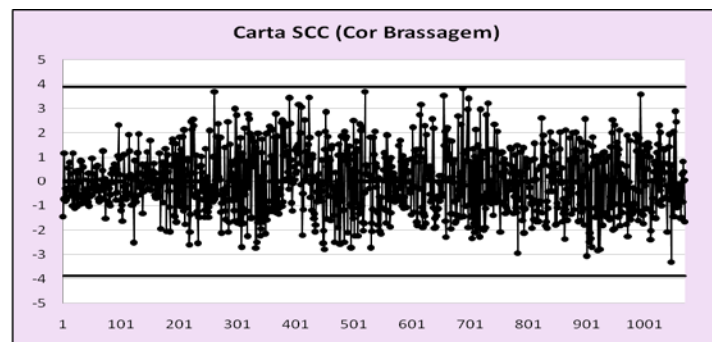


Figura 5.10: Carta de Controlo de resíduos SCC considerando a série de dados Cor - Brassagem.

Através da análise de todas as cartas de controlo não foram detectadas quaisquer causas especiais de variação, pelo que foi possível concluir que nesta fase as séries em estudo se encontram sob controlo estatístico.

5.4.2 Fase II

Esta fase consistiu em três etapas: Determinação dos valores das constantes para cada uma das cartas de controlo de modo a obter um valor de $ARL = 370$; Análise comparativa do desempenho das cartas de controlo; Monitorização do processo.

5.4.2.1 Determinação dos Valores das Constantes para cada uma das Cartas de Controlo ($ARL = 370$)

Tal como referido no Capítulo 4, ponto 4.2.2, a análise comparativa entre cartas de controlo só é possível se todas elas forem construídas sob a mesma plataforma, ou seja, que todas possuam um valor de $ARL_{Em\ Controlo}$ igual.

Por ser um valor consensual para a utilização de cartas de controlo e representar um equilíbrio adequado entre a probabilidade de ocorrência de um falso alarme e a probabilidade de detectar a ocorrência de uma causa especial de variação, foi utilizado o valor de ARL igual a 370.

Após esta consideração, o valor da constante da carta de resíduos (SCC) está automaticamente definido, sendo igual a 3. Para as restantes cartas, foi necessário recorrer a simulação de modo a determinar os valores das respectivas constantes.

Nas Figuras 4.10, 4.11, 4.12, encontram-se esquematizados os passos a seguir na determinação das constantes a aplicar aos limites de controlo das cartas de resíduos, EWMAST e MCEWMA. A determinação destas constantes foi efectuada com recurso a simulação, em STATISTICA, considerando-se uma dimensão de 10 000 observações e uma realização de 100 000 ciclos.

Para as cartas EWMAST, foi necessário estimar os valores dos desvios padrão da estatística EWMA através da média de 20 simulações efectuadas, em cada uma das fases do processo, considerando $\lambda = 0,2$, sendo estes apresentados na Tabela 5.5.

Tabela 5.5: Valores das constantes para a determinação dos limites de controlo das cartas EWMAST.

	Extracto Brassagem	Extracto Guarda	Extracto Filtração	Cor Brassagem	Cor Guarda	Cor Filtração
$\hat{\sigma}_{EWMAST}$	0,2450	0,1113	0,0460	0,8316	0,4960	0,2016
$L^{EWMAST}_{(ARL=370)}$	3,3660	3,0719	2,8345	2,9047	3,4420	4,9637

Na Tabela 5.6 são apresentados os valores das constantes a utilizar na determinação dos limites de controlo da carta MCEWMA. Para esta carta foram efectuadas 25 simulações utilizando vários valores de Θ , de modo a obter o valor mínimo da soma do quadrado dos erros e posteriormente o valor do desvio padrão a utilizar. É, no entanto, importante referir que, considerando a utilização da carta MCEWMA com *tracking signal*, foi necessário definir inicialmente duas constantes, α e K_{Ts} , também apresentadas na tabela.

Tabela 5.6: Valores das constantes para a determinação dos limites de controlo das cartas MCEWMA.

	Extracto Brassagem	Extracto Guarda	Extracto Filtração	Cor Brassagem	Cor Guarda	Cor Filtração
$\hat{\theta}_{\min} = (1 - \alpha)$	0,8920	0,7065	0,7805	0,8550	0,5225	0,3785
$\hat{\sigma}_{ep}$	0,321085	0,214857	0,098634	1,297416	0,705503	0,236760
α	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
k_{Ts}	4	4	4	4	4	4
$L^{MCEWMA}_{(ARL=370)}$	3,109654	3,083	2,918	3,0965	3,0965	3,075

Por último, os valores das constantes necessárias à determinação dos limites de controlo das cartas EWMA de resíduos encontram-se apresentados na Tabela 5.7.

Tabela 5.7: Valores das constantes para a determinação dos limites de controlo das cartas EWMA de resíduos.

	Extracto Brassagem	Extracto Guarda	Extracto Filtração	Cor Brassagem	Cor Guarda	Cor Filtração
$L^{EWMAres}_{(ARL=370)}$	2,9294	2,8571	2,8580	2,8575	2,8579	2,8595

5.4.2.2 Análise Comparativa do Desempenho das Cartas de Controlo a Alterações na Média do Processo

Após a determinação dos valores das constantes necessários à determinação dos limites de controlo das várias cartas de controlo em estudo, procedeu-se à análise comparativa do desempenho das mesmas, através de simulação (Figuras 4.13), considerando alterações no parâmetro da média.

Como medida de desempenho foi considerado o valor de ARL e o respectivo desvio padrão, SDRL. A determinação destas medidas de desempenho foi efectuada através de modelos de simulação desenvolvidos no software MATLAB. Cada um dos modelos desenvolvidos permitiu estudar as alterações no parâmetro da média do processo de cada uma das quatro cartas, simultaneamente, em cada uma das fases do processo. Para estes modelos de simulação estabeleceu-se uma dimensão de 10 000 observações para cada simulação e definiu-se, como suficiente, a realização de 100 000 ciclos.

Foi ainda desenvolvido um outro modelo de simulação, com as mesmas características, para um modelo AR(1) de modo a proceder-se a uma posterior comparação dos resultados obtidos. Os resultados obtidos nesta simulação encontram-se no Anexo III.

Desempenho das Cartas de Controle a Alterações na Média do Processo Utilizando os Modelos Obtidos na Fase I

Os valores necessários à determinação das séries de ruído branco para cada uma das fases do processo, desvio padrão residual (σ_a) e valores dos parâmetros (ϕ e θ), encontram-se descritos na Tabela 5.3.

A alteração ao parâmetro da média, considerado nesta simulação, consiste na adição de um valor de $\delta\sigma_a$ a cada um dos valores das séries de ruído branco. Tal como referido anteriormente (Capítulo 4 ponto 4.2.2) o parâmetro δ irá variar entre 0 e 3 com intervalos iguais a 0,5 unidades.

Cor Brassagem

Os resultados da simulação para o parâmetro Cor na fase de Brassagem encontram-se apresentados da Tabela 5.8. Sendo os valores apresentados referentes aos valores de ARL obtidos para cada uma das alterações introduzidas (valor de SDRL entre parênteses).

Tabela 5.8: Valores de ARL e SDRL para diferentes alterações no parâmetro médio do processo (Cor Brassagem).

	SCC	EWMA Resíduos	EWMAST	MCEWMA	MCEWMA (s/Tc)
δ	K = 3,00	L = 2,8575	L = 2,9046	L = 3,0965	L = 3,0129
0	370,406 (368,438)	369,642 (363,712)	369,159 (378,591)	370,626 (487,317)	370,569 (384,363)
0,5	155,739 (154,674)	37,097 (30,097)	33,445 (16,518)	345,046 (479,480)	338,433 (378,460)
1	45,017 (43,671)	10,792 (5,881)	18,142 (6,548)	258,091 (433,417)	247,557 (348,727)
1,5	15,939 (14,425)	6,224 (2,317)	13,468 (4,095)	136,083 (331,588)	121,263 (259,779)
2	7,299 (5,775)	4,588 (1,274)	11,094 (3,001)	41,199 (171,594)	34,701 (118,665)
2,5	4,237 (2,701)	3,773 (0,843)	9,641 (2,371)	10,232 (37,448)	12,084 (25,586)
3	2,998 (1,411)	3,308 (0,609)	8,642 (1,964)	6,710 (8,740)	8,868 (3,859)

Para uma melhor visualização e comparação dos resultados obtidos para cada uma das cartas, encontram-se representados nas figuras seguintes os respectivos valores de ARL. A Figura 5.12 representa uma ampliação da Figura 5.11 de modo a facilitar a comparação, entre as várias cartas, dos valores de ARL e SDRL aquando de alterações médias e grandes na média do processo.

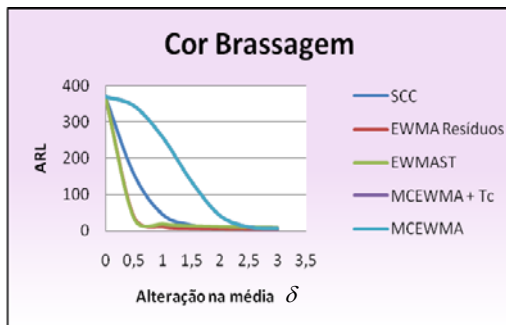


Figura 5.11: Alterações no parâmetro da média do processo (Cor Brassagem).

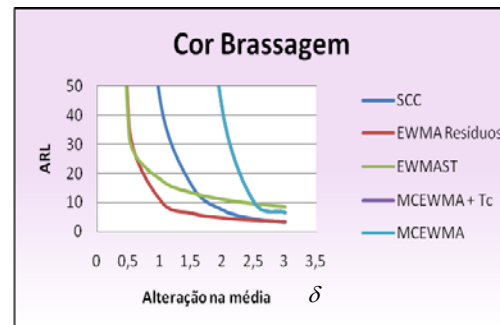


Figura 5.12: Ampliação das alterações no parâmetro da média do processo (Cor Brassagem).

Através da análise conjunta da Tabela 5.8 e da Figura 5.11 pode concluir-se que a carta que apresenta um melhor desempenho, aquando da introdução de alterações na média do processo, é a carta EWMA de resíduos. Esta conclusão prende-se com o facto de ser esta a carta que apresenta um menor valor de ARL e SDRL em grande parte das alterações introduzidas na média do processo. Verifica-se também que a carta MCEWMA é a que apresenta o pior desempenho, uma vez que, apesar de apresentar um melhor valor de ARL para alterações elevadas (3,0), quando comparada com a carta EWMAST, apresenta um valor bastante elevado do valor de SDRL.

Cor Guarda

Os resultados da simulação para o parâmetro Cor na fase de Guarda encontram-se apresentados da Tabela 5.9. Sendo os valores apresentados referentes aos valores de ARL obtidos para cada uma das alterações introduzidas (valor de SDRL entre parênteses).

Tabela 5.9: Valores de ARL e SDRL para diferentes alterações no parâmetro médio do processo (Cor Guarda).

	SCC	EWMA Resíduos	EWMAST	MCEWMA	MCEWMA (s/Tc)
δ	K = 3,00	L = 2,8579	L = 3,4420	L = 3,0965	L = 3,0069
0	370,406 (368,438)	370,019 (364,057)	371,278 (360,674)	370,645 (480,979)	370,576 (369,514)
0,5	155,459 (153,719)	37,119 (30,885)	28,939 (18,641)	359,885 (475,948)	363,632 (368,571)
1	44,942 (43,386)	10,784 (5,861)	11,949 (3,999)	324,414 (466,056)	339,079 (365,465)
1,5	15,912 (14,351)	6,222 (2,297)	8,417 (1,846)	261,827 (435,792)	287,699 (357,562)
2	7,269 (5,734)	4,583 (1,271)	6,894 (1,178)	180,292 (378,281)	203,596 (327,343)
2,5	4,248 (2,708)	3,778 (0,842)	6,020 (0,876)	96,605 (287,210)	103,768 (253,956)
3	2,999 (1,411)	3,309 (0,610)	5,441 (0,703)	34,746 (174,814)	33,691 (143,090)

Para uma melhor visualização e comparação dos resultados obtidos para cada uma das cartas, encontram-se representados nas figuras seguintes os respectivos valores de ARL. A Figura 5.14 representa uma ampliação da Figura 5.13 de modo a facilitar a comparação, entre as várias cartas, dos valores de ARL e SDRL aquando de alterações médias e grandes na média do processo.



Figura 5.13: Alterações no parâmetro da média do processo (Cor Guarda).



Figura 5.14: Ampliação das alterações no parâmetro da média do processo (Cor Guarda).

Após a análise conjunta da Tabela 5.9 e da Figura 5.13 pode concluir-se que a carta que apresenta um melhor desempenho (menores valores de ARL e SDRL), aquando da introdução de alterações na média do processo, é a carta EWMA de resíduos. Por outro lado a carta de controlo MCEWMA, com e sem *tracking signal*, é aquela que apresenta um pior desempenho.

Cor Filtração

Os resultados da simulação para o parâmetro Cor na fase de Filtração encontram-se apresentados da Tabela 5.10. Sendo os valores apresentados referentes aos valores de ARL obtidos para cada uma das alterações introduzidas (Valor de SDRL entre parênteses).

Tabela 5.10: Valores de ARL e SDRL para diferentes alterações no parâmetro médio do processo (Cor Filtração).

	SCC	EWMA Resíduos	EWMAST	MCEWMA	MCEWMA (s/Tc)
δ	K = 3,000	L = 2,8595	L = 4,9637	L = 3,0750	L = 2,9850
0	371,028 (368,686)	370,468 (365,490)	370,511 (353,181)	370,622 (476,148)	369,855 (367,061)
0,5	156,183 (154,755)	37,261 (30,831)	28,419 (14,036)	351,905 (470,102)	358,089 (367,714)
1	44,938 (43,266)	10,784 (5,842)	13,778 (3,779)	300,212 (453,620)	310,101 (363,138)
1,5	15,956 (14,352)	6,229 (2,304)	10,096 (1,804)	212,226 (403,275)	221,183 (337,094)
2	7,309 (5,785)	4,594 (1,292)	8,356 (1,182)	107,178 (300,174)	105,269 (250,741)
2,5	4,241 (2,694)	3,777 (0,845)	7,304 (0,880)	31,919 (163,352)	28,787 (128,998)
3	3,001 (1,416)	3,308 (0,609)	6,593 (0,709)	6,124 (53,459)	6,057 (37,253)

Para uma melhor visualização e comparação dos resultados obtidos para cada uma das cartas, encontram-se representados nas figuras seguintes os respectivos valores de ARL. A Figura 5.16 representa uma ampliação da Figura 5.15 de modo a facilitar a

comparação, entre as várias cartas, dos valores de ARL e SDRL aquando de alterações médias e grandes na média do processo.

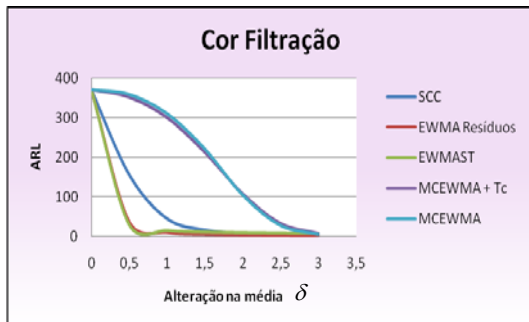


Figura 5.15: Alterações no parâmetro da média do processo (Cor Filtração).

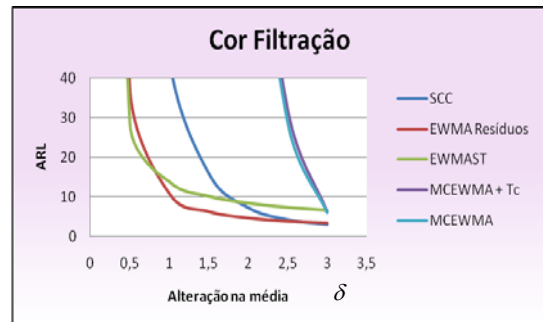


Figura 5.16: Ampliação das alterações no parâmetro da média do processo (Cor Filtração).

Através da análise conjunta da Tabela 5.10 e da Figura 5.15 pode concluir-se que a carta que apresenta um melhor desempenho (menores valores de ARL e SDRL), aquando da introdução de alterações na média do processo, é a carta EWMA de resíduos. É no entanto importante referir que apesar da carta SCC apresentar um menor valor de ARL para alterações elevadas (3), quando comparada com a carta EWMA resíduos, apresenta um maior valor de SDRL o que permite excluir esta carta. Por outro lado a carta de controlo MCEWMA, com e sem *tracking signal*, é aquela que apresenta um pior desempenho.

Extracto Brassagem

Os resultados da simulação para o parâmetro Extracto na fase de Brassagem encontram-se apresentados da Tabela 5.11. Sendo os valores apresentados referentes aos valores de ARL obtidos para cada uma das alterações introduzidas (Valor de SDRL entre parênteses).

Tabela 5.11: Valores de ARL e SDRL para diferentes alterações no parâmetro médio do processo (Extracto Brassagem).

	SCC	EWMA Resíduos	EWMAST	MCEWMA (c/Tc)	MCEWMA (s/Tc)
δ	K = 3,00	L = 2,9294	L = 3,3660	L = 3,1096	L = 3,0233
0	370,048 (370,209)	370,601 (439,968)	369,997 (397,205)	370,528 (496,416)	370,772 (393,254)
0,5	155,553 (155,147)	42,363 (36,325)	48,862 (20,739)	141,483 (184,271)	147,980 (150,213)
1	44,573 (43,573)	18,162 (9,834)	27,723 (9,378)	43,237 (49,001)	48,623 (40,443)
1,5	14,952 (14,412)	12,940 (5,728)	20,398 (6,014)	20,604 (18,845)	24,482 (15,417)
2	6,279 (5,783)	10,526 (4,134)	16,616 (4,419)	13,420 (10,604)	16,483 (8,527)
2,5	3,259 (2,709)	9,092 (3,284)	14,273 (3,496)	10,159 (7,431)	12,761 (5,836)
3	2,002 (1,417)	8,143 (2,761)	12,692 (2,920)	8,328 (5,830)	10,605 (4,503)

Para uma melhor visualização e comparação dos resultados obtidos para cada uma das cartas, encontram-se representados nas figuras seguintes os respectivos valores de ARL. A Figura 5.18 representa uma ampliação da Figura 5.17 de modo a facilitar a comparação, entre as várias cartas, dos valores de ARL e SDRL aquando de alterações médias e grandes na média do processo.

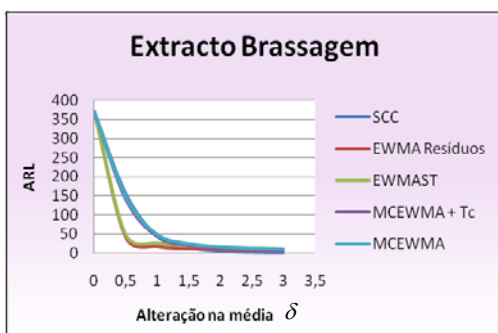


Figura 5.17: Alterações no parâmetro da média do processo (Extracto Brassagem).

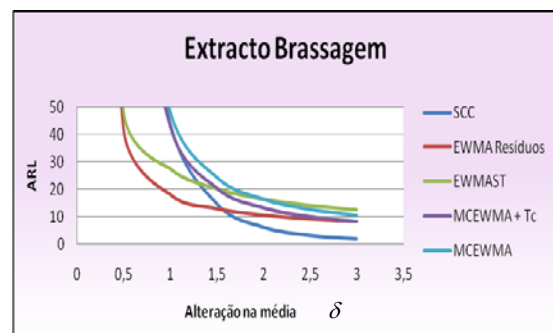


Figura 5.18: Ampliação das alterações no parâmetro da média do processo (Extracto Brassagem).

Após a análise conjunta da Tabela 5.11 e da Figura 5.17 surgiu uma dúvida na escolha da carta que apresenta o melhor desempenho, podendo esta dúvida dever-se ao facto de se estar perante um modelo IMA. Perante alterações pequenas a moderadas no valor da média (entre 0,5 e 1,5) a carta que apresenta melhor desempenho é a carta EWMA de resíduos. Por outro lado, perante alterações médias a elevadas da média (entre 2,0 e 3,0) o melhor desempenho é conseguido pela carta SCC. Neste caso a escolha da carta mais adequada não foi possível, pelo que será efectuada posteriormente através da aplicação de ambas as cartas, SCC e EWMA_{Res}. Através desta análise pode ainda verificar-se que a carta de controlo MCEWMA, com e sem *tracking signal*, é aquela que apresenta um pior desempenho.

Extracto Guarda

Os resultados da simulação para o parâmetro Extracto na fase de Guarda encontram-se apresentados da Tabela 5.12. Sendo os valores apresentados referentes aos valores de ARL obtidos para cada uma das alterações introduzidas (Valor de SDRL entre parênteses).

Tabela 5.12: Valores de ARL e SDRL para diferentes alterações no parâmetro médio do processo (Extracto Guarda).

	SCC	EWMA Resíduos	EWMAST	MCEWMA	MCEWMA (s/Tc)
δ	K = 3,00	L = 2,8571	L = 3,0719	L = 3,0830	L = 2,9920
0	369,813 (370,022)	370,285 (362,125)	370,276 (364,368)	370,162 (482,471)	370,646 (367,608)
0,5	154,753 (154,555)	38,056 (30,878)	32,366 (20,972)	360,634 (477,775)	365,951 (366,616)
1	43,888 (43,273)	11,784 (5,864)	14,138 (4,978)	330,510 (465,974)	349,686 (369,516)
1,5	15,012 (14,431)	7,229 (2,309)	10,225 (2,569)	285,668 (447,055)	314,729 (362,393)
2	6,331 (5,781)	5,591 (1,275)	8,509 (1,744)	226,338 (416,227)	261,035 (351,699)
2,5	3,233 (2,686)	4,776 (0,844)	7,510 (1,333)	156,047 (357,924)	184,306 (315,038)
3	2,000 (1,416)	4,308 (0,610)	6,851 (1,083)	91,091 (280,678)	104,511 (248,749)

Para uma melhor visualização e comparação dos resultados obtidos para cada uma das cartas, encontram-se representados nas figuras seguintes os respectivos valores de ARL.

A Figura 5.20 representa uma ampliação da Figura 5.19 de modo a facilitar a comparação, entre as várias cartas, dos valores de ARL e SDRL aquando de alterações médias e grandes na média do processo.

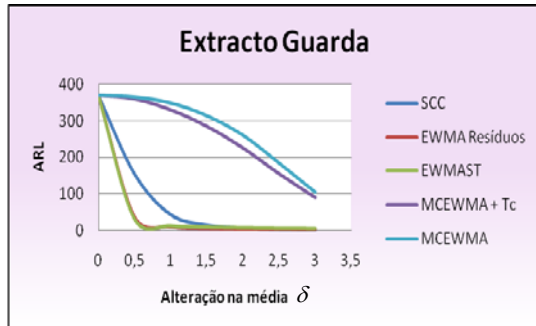


Figura 5.19: Alterações no parâmetro da média do processo (Extracto Guarda).

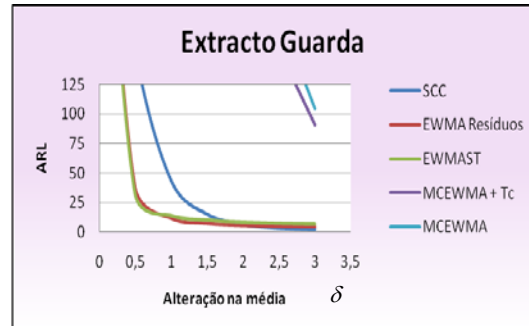


Figura 5.20: Ampliação das alterações no parâmetro da média do processo (Extracto Guarda).

Através da análise conjunta da Tabela 5.12 e da Figura 5.19 pode concluir-se que a carta que apresenta um melhor desempenho (menores valores de ARL e SDRL), aquando da introdução de alterações na média do processo, é a carta EWMA de resíduos. É no entanto importante referir que a carta SCC apresentar menores valores de ARL e SDRL para alterações elevadas (3), quando comparada com a carta EWMA resíduos. No entanto, uma vez que este facto apenas acontece para alterações elevadas a escolha da carta recaiu sobre a carta EWMA de resíduos. Por outro lado a carta de controlo MCEWMA, com e sem *tracking signal*, é aquela que apresenta um pior desempenho.

Extracto Filtração

Os resultados da simulação para o parâmetro Extracto na fase de Filtração encontram-se apresentados da Tabela 5.13. Sendo os valores apresentados referentes aos valores de ARL obtidos para cada uma das alterações introduzidas (Valor de SDRL entre parênteses).

Tabela 5.13: Valores de ARL e SDRL para diferentes alterações no parâmetro médio do processo (Extracto Filtração).

	SCC	EWMA Resíduos	EWMAST	MCEWMA	MCEWMA (s/Tc)
δ	K = 3,00	L = 2,8580	L = 2,8345	L = 2,9180	L = 2,8350
0	370,406 (368,438)	370,120 (364,193)	370,021 (363,428)	370,114 (474,459)	370,224 (368,308)
0,5	155,459 (153,719)	37,126 (30,896)	32,271 (24,066)	355,293 (468,202)	364,262 (368,928)
1	44,942 (43,386)	10,785 (5,861)	11,537 (4,869)	314,927 (454,459)	340,703 (365,002)
1,5	15,912 (14,351)	6,222 (2,298)	7,692 (2,136)	254,049 (427,015)	289,142 (360,355)
2	7,269 (5,733)	4,583 (1,271)	6,164 (1,335)	171,850 (369,962)	202,053 (327,360)
2,5	4,248 (2,708)	3,778 (0,842)	5,335 (0,984)	89,268 (278,707)	104,037 (250,496)
3	3,004 (1,419)	3,306 (0,607)	4,795 (0,787)	31,507 (162,641)	34,128 (143,948)

Para uma melhor visualização e comparação dos resultados obtidos para cada uma das cartas, encontram-se representados nas figuras seguintes os respectivos valores de ARL. A Figura 5.22 representa uma ampliação da Figura 5.21 de modo a facilitar a comparação, entre as várias cartas, dos valores de ARL e SDRL aquando de alterações médias e grandes na média do processo.

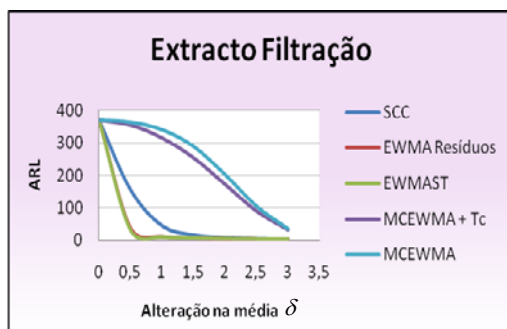


Figura 5.21: Alterações no parâmetro da média do processo (Extracto Filtração).

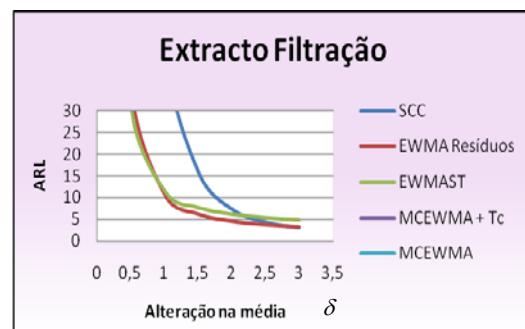


Figura 5.22: Ampliação das alterações no parâmetro da média do processo (Extracto Filtração).

Através da análise conjunta da Tabela 5.13 e da Figura 5.21 pode concluir-se que a carta que apresenta um melhor desempenho (menores valores de ARL e SDRL), aquando da introdução de alterações na média do processo, é a carta EWMA de resíduos. Por outro lado a carta de controlo MCEWMA, com e sem *tracking signal*, é aquela que apresenta um pior desempenho.

5.4.2.3 Monitorização do Processo

Esta consiste na última etapa da Fase II em que se pretende aplicar as cartas escolhidas aos novos dados do processo (janela de validação). A dimensão das amostras correspondentes aos novos dados obtidos, entre 27 de Abril de 2009 e 12 de Julho de 2009, encontram-se apresentados na Tabela 5.14.

Tabela 5.14: Dimensão das amostras de cada fase entre 27.04.2009 e 12.07.2009.

COR		Extracto Primitivo	
Fase do processo	Dimensão da amostra	Fase do processo	Dimensão da amostra
Brassagem	709	Brassagem	721
Guarda	161	Guarda	159
Filtração	606	Filtração	600

Validação dos Modelos ARIMA Escolhidos na Fase I

Antes da aplicação das cartas procedeu-se à verificação dos modelos escolhidos na Fase I. Este procedimento revela-se de extrema importância pois permitirá verificar se o comportamento dinâmico não sofreu alterações e ainda como se comportam as cartas escolhidas. Esta verificação foi efectuada em dois passos, o primeiro consistiu em aplicar o modelo ARIMA escolhido na Fase I aos novos dados procedendo-se num segundo passo à aplicação da Função de Auto-correlação (FAC). Através da análise da FAC, ou seja da verificação de que os modelos escolhidos anteriormente eram também os que melhor se ajustavam nesta fase, foi possível validar todos os modelos escolhidos. A Figura 5.23

representa a FAC aplicada aos novos dados, após o ajuste do modelo escolhido na Fase I, da característica Cor na fase de Brassagem.

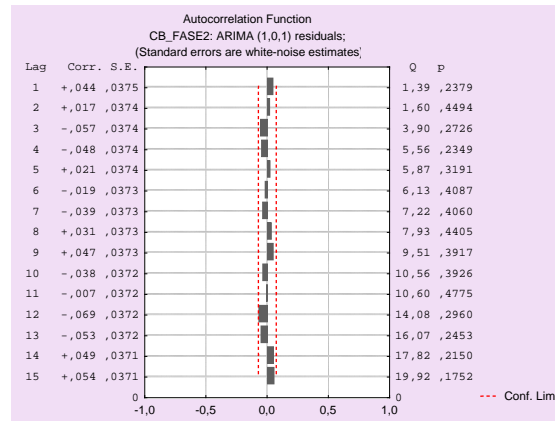


Figura 5.23: Função de Auto-correlação (FAC) para verificação do modelo ARIMA escolhido na Fase I para a característica Cor na fase de Brassagem.

As Funções de Auto-correlação (FAC) das restantes fases do processo da característica da qualidade, bem como as FAC da característica Extracto Primitivo em cada uma das fases encontram-se nas Figuras II.3.1 a II.3.5 do Anexo II.

Em todos os casos foram validados os modelos escolhidos na Fase I.

Aplicação das Cartas de Controlo Escolhidas, aos Novos Dados do Processo

Tendo por base os valores das constantes, determinados anteriormente, necessárias ao cálculo dos limites de controlo, procedeu-se à construção das cartas de controlo EWMA de resíduos utilizando “dados frescos”.

Nas Figuras Figura 5.24, Figura 5.25 e Figura 5.26 encontram-se representadas as cartas de controlo EWMA de resíduos da característica Cor em cada uma das fases do processo. Na construção destas cartas considerou-se um valor de $\lambda = 0,2$ e recorreu-se às expressões (3.61), (3.62) e (3.63).

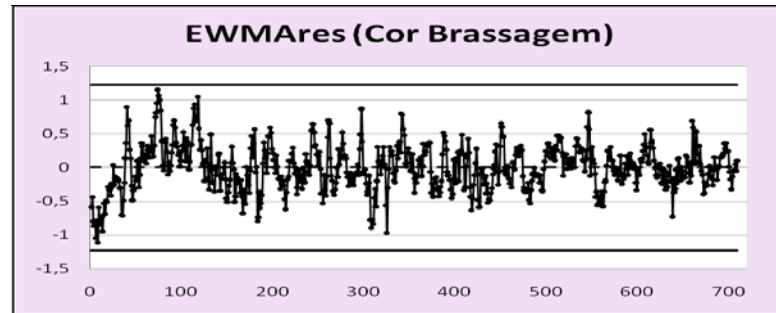


Figura 5.24: Carta de controlo EWMA de resíduos (Cor – Brassagem).

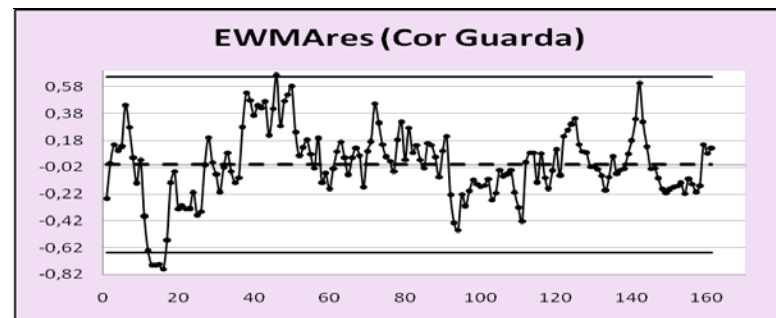


Figura 5.25: Carta de controlo EWMA de resíduos (Cor – Guarda).

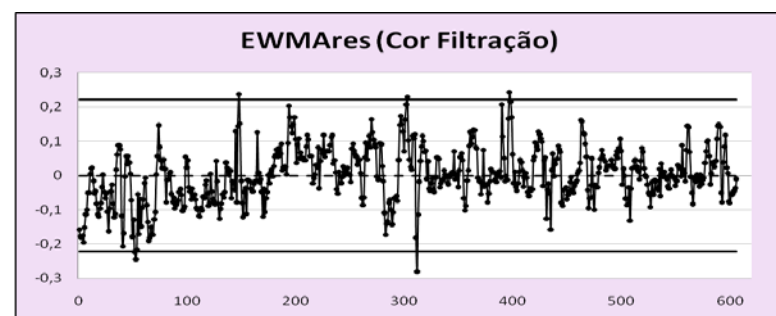


Figura 5.26: Carta de controlo EWMA de resíduos (Cor – Filtração).

Nas Figuras 5.27 e 5.28 encontram-se representadas as cartas de controlo EWMA de resíduos e SCC da característica Extracto Primitivo na fase de Brassagem.

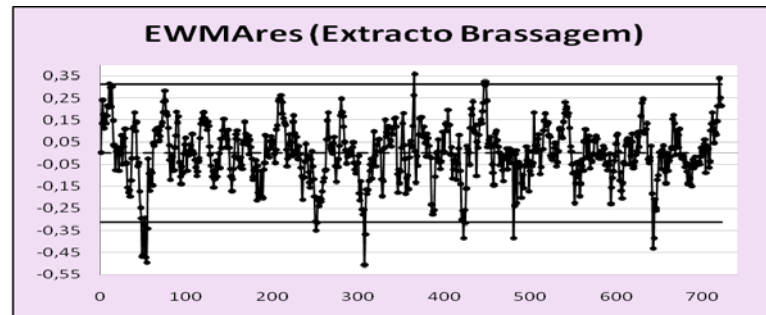


Figura 5.27: Carta de controlo EWMA de resíduos (Extracto – Brassagem).

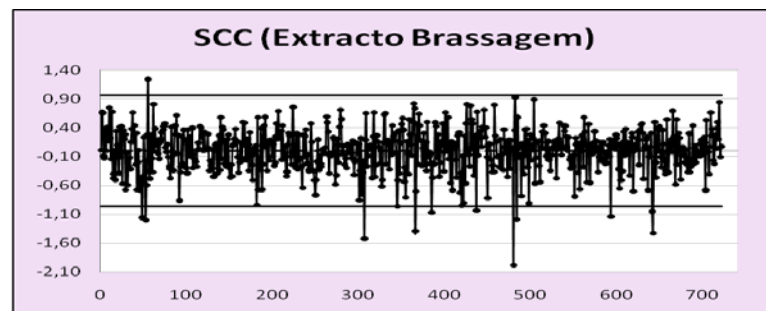


Figura 5.28: Carta de controlo SCC (Extracto – Brassagem).

Tal como foi referido anteriormente a escolha da carta mais adequada nesta situação não foi possível através da comparação entre os valores de ARL e SDRL, havendo por isso necessidade da construção de ambas as cartas. Através da análise destas cartas pode concluir-se que a melhor carta a utilizar nesta situação é a carta de controlo EWMA de resíduos. Esta escolha tem como fundamento o facto de ser esta, a carta que detecta um maior número de alterações. No entanto, poderia também optar-se pela utilização de ambas as cartas, uma vez que existem causas especiais de variação detectadas apenas por uma delas.

Por último as Figuras 5.29 e 5.30 representam as cartas EWMA de resíduos para a característica Extracto Primitivo nas fases de Guarda e Filtração.

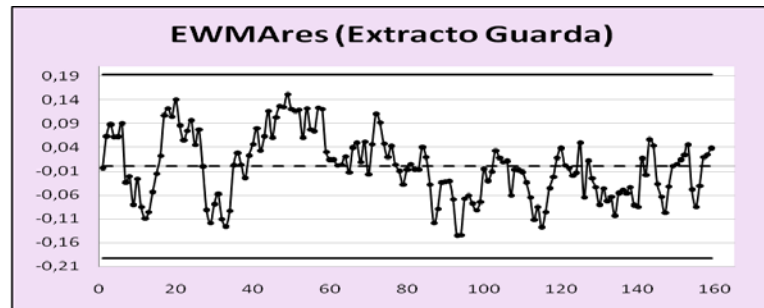


Figura 5.29: Carta de controlo EWMA de resíduos (Extracto – Guarda).

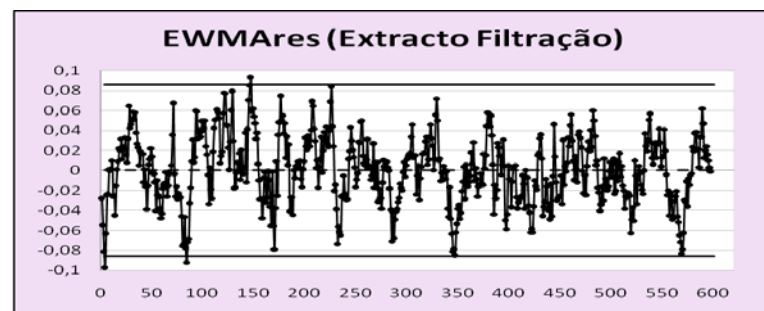


Figura 5.30: Carta de controlo EWMA de resíduos (Extracto – Filtração).

Através da análise das cartas de controlo apresentadas nas Figuras 5.24 a 5.27, 5.29 e 5.30, pode verificar-se que apenas os processos referentes às séries de dados Cor - Brassagem e Extracto - Guarda se encontra controlado estatisticamente. Todas as restantes cartas permitem detectar causas especiais de variação tal como na Fase I, pelo que pode concluir-se que nenhum destes processos se encontra totalmente controlado estatisticamente.

5.5 Capacidade do Processo

Um dos objectivos desta Dissertação foi estudar a capacidade do processo, ou seja verificar se o processo tem capacidade para produzir segundo as especificações. Antes se de dar inicio a

este estudo foi necessário verificar a Normalidade dos dados, de modo a determinar quais as expressões a utilizar no estudo da capacidade do processo. As séries de dados utilizados na verificação da Normalidade foram as obtidas no final da Fase I.

De forma a proceder a uma correcta análise acerca da Normalidade dos dados aplicou-se a Regra de Sturges:

$$K = 1 + 3,322 \times \log n \quad (5.1)$$

Esta regra permitiu determinar o número de classes em cada uma das séries de dados.

Após a determinação do número de classes utilizou-se o *software* STATISTICA para a aplicação do teste do Qui-quadrado. Este *software* permitiu, com bastante rapidez, verificar que todas as séries de dados apresentam dados não normais, para um nível de significância de 5%.

A título de exemplo a Figura 5.31 representa o gráfico obtido, através do *software* STATISTICA, após a aplicação do teste do Qui-quadrado à série de dados da característica Cor na fase de Brassagem. Os gráficos referentes às restantes séries de dados podem ser consultados nas Figuras II.4.1 a II.4.5 no Anexo II.

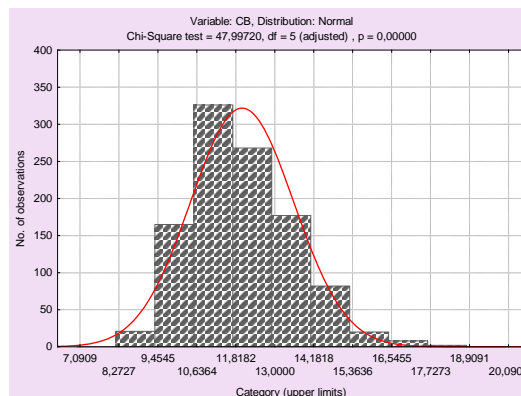


Figura 5.31: Gráfico de análise da Normalidade dos dados da característica Cor na fase de Brassagem.

Tal como pode ser verificado em todas as Figuras, o valor de p é sempre inferior a 0,05, concluindo-se desta forma que se está perante séries de dados não normais.

O estudo da capacidade do processo foi efectuado com recurso ao *software* STATISTICA. A abordagem considerada por este software tem por base as Equações (3.23) e (3.24), que consideram, para o índice C_{pk} , a mediana ao invés da média.

As Figuras, 5.32 a 5.37 apresentam os resultados obtidos, através do *software* STATISTICA, para o estudo da capacidade do processo.

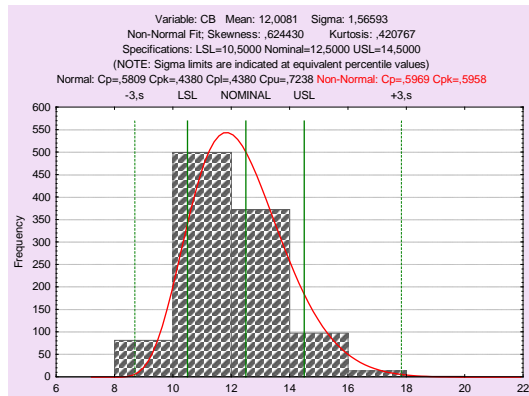


Figura 5.32: Gráfico do estudo da capacidade do processo para a característica Cor na fase de Brassagem.

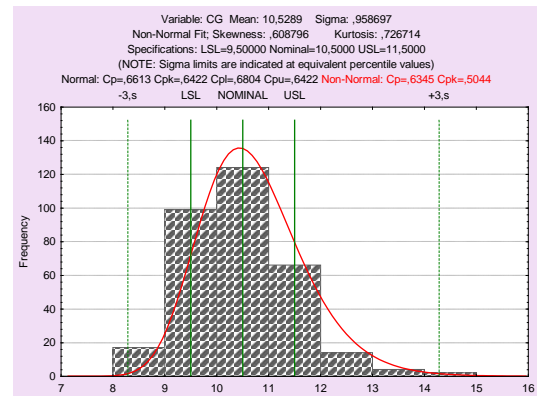


Figura 5.33: Gráfico do estudo da capacidade do processo para a característica Cor na fase de Guarda.

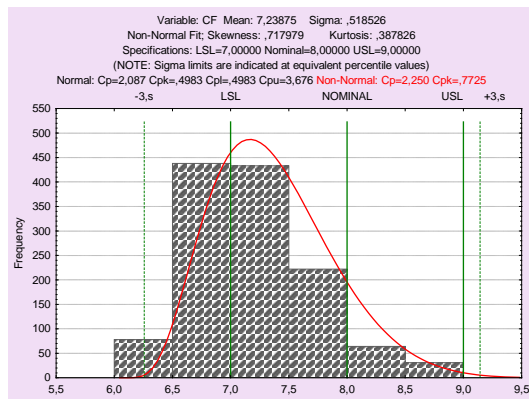


Figura 5.34: Gráfico do estudo da capacidade do processo para a característica Cor na fase de Filtração.

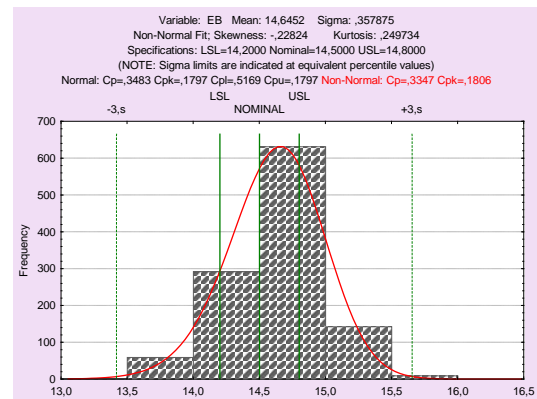


Figura 5.35: Gráfico do estudo da capacidade do processo para a característica Extracto na fase de Brassagem.

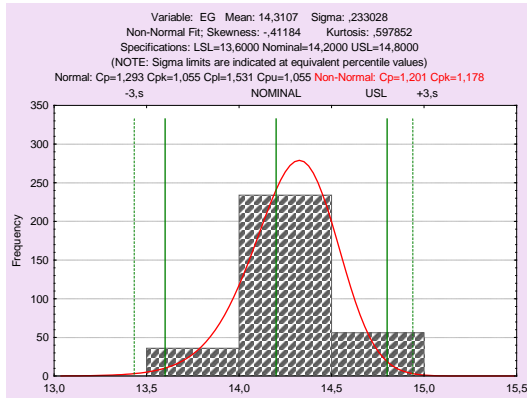


Figura 5.37: Gráfico do estudo da capacidade do processo para a característica Extracto na fase de Guarda.

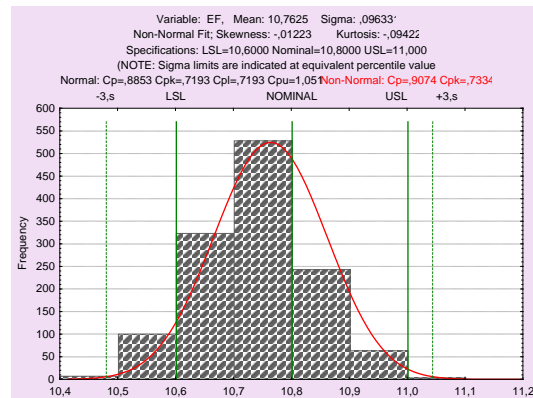


Figura 5.36: Gráfico do estudo da capacidade do processo para a característica Extracto na fase de Filtração.

Tabela 5.15: Valores de Cp e Cpk para cada uma das fases produtivas.

Fase produtiva	Cp	Cpk
Extracto Brassagem	0,3347	0,1806
Extracto Guarda	1,201	1,178
Extracto Filtração	0,9074	0,7334
Cor Brassagem	0,5969	0,5958
Cor Guarda	0,6345	0,5044
Cor Filtração	2,25	0,7725

Através da análise da Tabela 5.15 e considerando que um processo tem potencial para ser capaz se $C_p \geq 1,33$ e tem capacidade se $C_{pk} \geq 1,33$, foi possível retirar algumas conclusões. Apenas a variável Cor – Filtração tem potencial para ser capaz, apesar de não o ser por apresentar um valor de C_{pk} inferior a 1,33. Em todas as outras situações não existe sequer potencial para serem capazes.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

6.1 Conclusões e Recomendações

Com a presente Dissertação, pretendeu aplicar-se o Controlo Estatístico do Processo a uma indústria cervejeira no sentido de melhorar o seu produto final. Neste sentido foram estudadas duas características da cerveja – Cor e Extracto Primitivo – em 3 fases do processo – Brassagem, Guarda e Filtração.

Após a recolha e tratamento inicial dos dados, recorrendo a dados históricos, procedeu-se à validação dos mesmos. Nesta fase foi desenvolvido um estudo com o objectivo de identificar possíveis *outliers* e eliminar os seus efeitos nas séries.

Numa fase inicial do estudo procedeu-se à análise das Funções de Auto-correlação e Auto-correlação Parcial que, permitiram verificar que todas as séries apresentavam dados auto-correlacionados. Esta conclusão permitiu definir que seria aplicado o Modelo Iterativo de Detecção de *Outliers*.

No início e final da aplicação do Modelo foram ajustados os melhores modelos matemáticos a cada uma das séries de dados. Inicialmente as séries de dados Extracto-Brassagem e Cor-Filtração apresentaram como melhor um modelo IMA enquanto as restantes séries apresentaram um melhor ajuste com modelos ARMA. Por outro lado no final da aplicação do MIDO todas as séries revelaram um melhor ajuste a modelos ARMA, com excepção da série Extracto-Brassagem que continuou a ajustar-se com um modelo IMA.

Neste estudo foi ainda possível verificar que após a aplicação do MIDO os valores da média e desvio padrão apresentaram uma redução. Esta situação deveu-se provavelmente ao facto de terem sido retirados os efeitos dos *outliers* presentes nas séries.

Nesta fase procedeu-se ainda a uma análise comparativa entre o MIDO e a aplicação de cartas de controlo e-MR na detecção de possíveis *outliers*. Através desta análise verificou-se que o número de *outliers* detectados pelas cartas de controlo e-MR é bastante superior ao número detectado pela aplicação do Modelo Iterativo de Detecção de *Outliers*. Este facto permitiu concluir que a identificação de *outliers* recorrendo às cartas de controlo e-MR é bastante “perigosa” na medida em que pode levar à eliminação de falsos *outliers*.

Após a determinação de todos os parâmetros do processo procedeu-se à aplicação de cartas de controlo SCC a todas as séries de dados. Em todas as situações verificou-se que o processo se encontrava sob controlo estatístico uma vez que, não foram detectados quaisquer pontos fora dos limites de controlo. Desta forma deu-se como terminada a Fase I do Controlo Estatístico do Processo.

Na Fase II da implementação do SPC foi efectuada uma análise comparativa do desempenho de 4 cartas de controlo – SCC, EWMAres, EWMAST e MCEWMA com e sem *tracking sinal* – a alterações na média do processo. Esta análise teve como principal objectivo a escolha da melhor carta a aplicar a cada uma das séries de dados.

Através da análise dos valores de ARL e SDRL obtidos, por simulação, para cada uma das alterações da média do processo concluiu-se que:

- Perante modelos matemáticos ARMA a carta EWMAST apresenta o melhor desempenho para pequenas alterações na média do processo.
- A carta EWMAres é a mais adequada perante modelos ARMA quando se pretendem detectar alterações moderadas a elevadas na média do processo.
- Perante modelos IMA (Extracto-Brassagem) a melhor carta a aplicar no caso de se pretenderem detectar pequenas a moderadas alterações é a carta EWMAres.
- No caso de se pretenderem detectar grandes alterações no parâmetro médio de um processo modelado por um modelo IMA a melhor escolha deverá recair sobre a carta SCC.
- Em todas as situações estudadas foi possível concluir que a carta que apresenta o pior desempenho é a MCEWMA com e sem *tracking signal*.
- A utilização de tracking signals na carta MCEWMA revelou-se uma má opção pois, apesar de permitir a obtenção de melhores valores de ARL apresenta piores valores de SDRL.

Em suma, esta análise comparativa permitiu concluir que a melhor carta a aplicar a todas as séries de dados seria a carta EWMAres. Este facto justifica-se por ser esta a carta que, de uma forma geral, permite detectar um maior número de alterações na média do processo.

Para entender-se de que forma os modelos matemáticos ARIMA influenciam a escolha da melhor cartas, procedeu-se à simulação dos valores de ARL e SDRL das várias cartas tendo por base um modelo AR(1).

Esta simulação permitiu verificar que em ambos os modelos, AR(1) e ARMA, os valores obtidos para as cartas SCC e EWMA de resíduos são semelhantes. Situação que pode explicar-se pelo facto de ambas as cartas serem aplicadas directamente aos valores dos resíduos não dependendo por isso dos modelos matemáticos escolhidos. Verifica-se também por comparação, um melhor desempenho da carta EWMAST no caso de um modelo AR(1) para alterações médias a elevadas. Relativamente à carta MCEWMA o modelo AR(1) apresenta um pior desempenho, considerando o valor de SDRL que se apresenta bastante mais elevado. Como estas cartas são sensíveis à auto-correlação dos dados as diferenças encontradas nos resultados das simulações seriam expectáveis.

Em suma, tal como descrito por Matos (2005) as piores cartas para pequenas alterações no caso de um modelo AR(1) são as SCC e MCEWMA. Por outro lado a carta EWMAST apresenta um melhor desempenho para pequenas alterações e a carta EWMA de resíduos para alterações moderadas a elevadas, tal como descrito por Reynolds e Lu (1997).

Na Fase II não foi possível efectuar a monitorização do processo em tempo real para que pudessem ser detectadas e corrigidas, de imediato, quaisquer causas especiais de variação. Assim procedeu-se à aplicação da carta escolhida, EWMAres, a séries de “dados frescos”.

Através da análise das cartas de controlo pode verificar-se que apenas os processos referentes às séries de dados Cor - Brassagem e Extracto – Guarda se encontram controlados estatisticamente. Todas as restantes cartas permitem detectar causas especiais de variação tal como na Fase I, pelo que pode concluir-se que nenhum destes processos se encontra totalmente controlado estatisticamente. Recomenda-se por isso que sejam analisados os pontos indicativos de causas especiais de variação, de modo a compreender o que as originou para que possam ser corrigidas futuramente. De qualquer forma a aplicação destas cartas em tempo real poderá ser de extrema utilidade, de modo a tentar manter o processo sob controlo estatístico. É no entanto importante salientar que os limites das cartas devem ser redefinidos com alguma frequência, de forma a manter a eficácia e credibilidade da aplicação da carta.

A presente Dissertação tinha também como objectivo o estudo da capacidade do processo. Através da utilização do software STATISTICA procedeu-se à análise da capacidade do processo concluindo-se que, o processo não tem capacidade para produzir de acordo com as especificações. Deste modo será necessário proceder à redução da dispersão e ao controlo estatístico do processo.

A variável Cor depende da qualidade das matérias primas utilizadas, da receita utilizada, do tempo de ebulição na fase de Brassagem, das perdas de cor devido à diluição ao longo do processo e do facto de serem efectuados ajustes de cor com caramelo ou extracto de malte nas fases de Guarda e Filtração. Desta forma recomenda-se um estudo comparativo entre os vários fornecedores de matérias primas e ainda um controlo mais eficaz do processo de maltagem, do tempo de ebulição, da receita utilizada e posteriores ajustes no sentido de se reduzir a variabilidade do processo.

Considerando que na fase de Brassagem a receita é ajustada de modo a atingir a especificação de extracto pretendida e que o controlo desta variável é efectuado manualmente, sugere-se o controlo automático de modo a reduzir a variabilidade. O Extracto Primitivo depende também, tal como a Cor, da qualidade das matérias primas pelo que se recomenda especial atenção neste ponto.

É no entanto importante referir que segundo a Sociedade Central de Cervejas cerca de 91% do produto cumpre a especificação de Cor.

6.2 Propostas para Trabalhos Futuros

Após a elaboração da presente Dissertação propõe-se a implementação da metodologia proposta, recorrendo a um software, e ainda a utilização de ferramentas básicas da qualidade como o Diagrama de Causa-e-Efeito e o Diagrama de Pareto de forma a auxiliar a investigação das situações anómalas detectadas nas cartas de controlo.

A literatura refere bastantes estudos relativos a modelos AR e alguns acerca de modelos ARMA, mas são praticamente inexistentes os relativos a modelos IMA. Desta forma, um estudo comparativo entre várias cartas que permita determinar a que melhor se aplica a um modelo IMA, surge como uma necessidade.

BIBLIOGRAFIA

Bibliografia

Alwan, L. C. e Roberts, H. V. (1988). Time-Series Modeling for Statistical Process Control. *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol.6(1): pp.87-95.

Box, G. E. P., Jenkins, G. M. e Reinsel, G. C. (2008). Time Series Analysis: Forecasting and Control. 4ª ed., Prentice - Hall Inc., New Jersey.

Chang, I., Tiao, G. C. e Chen, C. (1988). Estimation of Time Series Parameters in the Presence of Outliers. *Technometrics*, Vol.30(2): pp.193-204.

Fox, A. J. (1972). Outliers in Time Series. *Journal of the Royal Statistical Society B*, Vol.43: pp.350 - 363.

Harris, T. J. e Ross, W. H. (1991). Statistical Process Control Procedures for Correlated Observations. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, Vol.69: pp.48-57.

Matos, A. S. (2005). *Engenharia de Controlo do Processo e Controlo Estatístico da Qualidade: Metodologia de Integração Aplicada na Indústria da Pasta de Papel*, Dissertação de Doutoramento em Engenharia Industrial, FCT/UNL, Lisboa.

Mastrangelo, C. M. e Montgomery, D. C. (1995a). Characterization of a Moving Centerline Exponentially Weighted Moving Average. *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 11: pp.79-89.

Montgomery, D. C. (2001). *Introduction to Statistical Quality Control*. 4ª ed., John Wiley & Sons, Nova Iorque.

Montgomery, D. C. e Mastrangelo, C. M. (1991). Some Statistical Process Control Methods for Autocorrelated Data. *Journal of Quality Technology*, Vol.23: pp.179-193.

Pereira, Z. L. e Requeijo, J. G. (2008). *Qualidade: Planeamento e Controlo Estatístico de Processos*. Prefácio, Lisboa.

Reynolds, M. R. e Lu, C. (1997). Control Charts for Monitoring Processes with Autocorrelated Data. *Non Linear Analysis, Theory, Methods & Applications*, Vol.30: pp.4059-4067.

SCC: Sociedade Central de Cervejas, S. A. (2009). Consultado em 15-05-2009, em <http://www.centralcervejas.pt>

Sobral, J. (2003). *Produção de cerveja: Processo de Fabrico*. Sociedade Central de Cervejas, S.A.

Sobral, J. e Moura, F. (1986). *Fabricação de cerveja: Ciência ou arte?* Sociedade Central de Cervejas S.A.

Uriel, E. (1985). *Análisis de Series Temporales. Modelos ARIMA*. Paraninfo, Madrid.

Wardell, D. G., Moskowitz, H. e Plante, R. D. (1994). Run-Lenght Distributions of Special-Cause Control Charts for Correlated Processes. *Technometrics*, Vol.36: pp.3-27.

Yashchin, E. (1993). Performance of CUSUM Control Schemes for Serially Correlated Observations. *Technometrics*, Vol.35(1): pp.37-52.

Zhang, N. F. (1998). A Statistical Control Chart for Stationary Data. *Technometrics*, Vol.40(1): pp.24-38.

Anexos

I. Tabelas Necessárias à Aplicação do Teste Kolmogorov-Smirnov

Tabela I.1: Valores críticos da distribuição da estatística D para amostras de dimensão n e populações Normais com parâmetros conhecidos¹.

n	α				
	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01
1	0,9000	0,9500	0,9750	0,9900	0,9950
2	0,6838	0,7764	0,8419	0,9000	0,9293
3	0,5648	0,6360	0,7076	0,7846	0,8290
4	0,4927	0,5652	0,6239	0,6889	0,7342
5	0,4470	0,5095	0,5633	0,6272	0,6685
6	0,4104	0,4680	0,5193	0,5774	0,6166
7	0,3815	0,4361	0,4834	0,5384	0,5758
8	0,3583	0,4096	0,4543	0,5065	0,5418
9	0,3391	0,3875	0,4300	0,4796	0,5133
10	0,3226	0,3687	0,4093	0,4566	0,4889
11	0,3083	0,3524	0,3912	0,4367	0,4677
12	0,2958	0,3382	0,3754	0,4192	0,4491
13	0,2847	0,3255	0,3614	0,4036	0,4325
14	0,2748	0,3142	0,3489	0,3897	0,4176
15	0,2659	0,3040	0,3376	0,3771	0,4042
16	0,2578	0,2947	0,3273	0,3657	0,3920
17	0,2504	0,2863	0,3180	0,3553	0,3809
18	0,2436	0,2785	0,3094	0,3457	0,3706
19	0,2374	0,2714	0,3014	0,3369	0,3612
20	0,2316	0,2647	0,2941	0,3287	0,3524
25	0,2079	0,2377	0,2640	0,2952	0,3166
30	0,1903	0,2176	0,2417	0,2702	0,2899
35	0,1766	0,2019	0,2243	0,2507	0,2690
40	0,1655	0,1891	0,2101	0,2349	0,2521
> 40	1,07 / \sqrt{n}	1,22 / \sqrt{n}	1,36 / \sqrt{n}	1,52 / \sqrt{n}	1,63 / \sqrt{n}

¹ Adaptado de Pereira, Z. L. e Requeijo, J. G. (2008). *Qualidade: Planeamento e Controlo Estatístico de Processos*. Prefácio, Lisboa.

Tabela I.2: Valores críticos da distribuição da estatística D para populações Normais e parâmetros estimados a partir de amostras de dimensão n ².

	α				
n	0,20	0,15	0,10	0,05	0,01
4	0,300	0,319	0,352	0,381	0,417
5	0,285	0,299	0,315	0,337	0,405
6	0,265	0,277	0,294	0,319	0,364
7	0,247	0,258	0,276	0,300	0,348
8	0,233	0,244	0,261	0,285	0,331
9	0,223	0,233	0,249	0,271	0,311
10	0,215	0,224	0,239	0,258	0,294
11	0,206	0,217	0,230	0,249	0,284
12	0,199	0,212	0,223	0,242	0,275
13	0,190	0,202	0,214	0,234	0,268
14	0,183	0,194	0,207	0,227	0,261
15	0,177	0,187	0,201	0,220	0,257
16	0,173	0,182	0,195	0,213	0,250
17	0,169	0,177	0,189	0,206	0,245
18	0,166	0,173	0,184	0,200	0,239
19	0,163	0,169	0,179	0,195	0,235
20	0,160	0,166	0,174	0,190	0,231
25	0,149	0,153	0,165	0,180	0,203
30	0,131	0,136	0,144	0,161	0,187
> 30	0,736 / \sqrt{n}	0,768 / \sqrt{n}	0,805 / \sqrt{n}	0,886 / \sqrt{n}	1,031 / $\sqrt{n^2}$

² Adaptado de Pereira, Z. L. e Requeijo, J. G. (2008). *Qualidade: Planeamento e Controlo Estatístico de Processos*. Prefácio, Lisboa.

II. Figuras referentes à Abordagem Experimental

II.1 Representação Gráfica das Funções de Auto-correlação (FAC) e Auto-correlação Parcial (FACP)

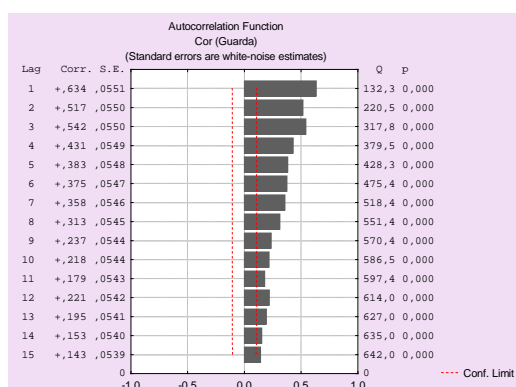


Figura II.1.1: Representação gráfica da Função de Auto-correlação da série Cor – Guarda.

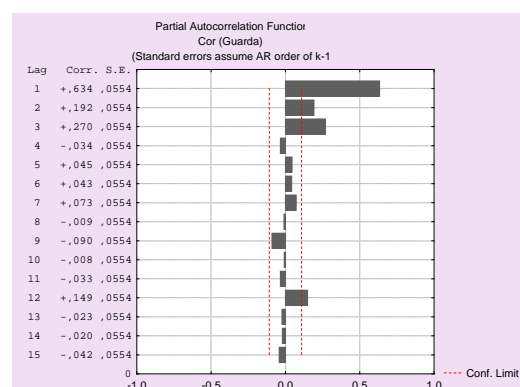


Figura II.1.3: Representação gráfica da Função de Auto-correlação Parcial da série Cor-Guarda.

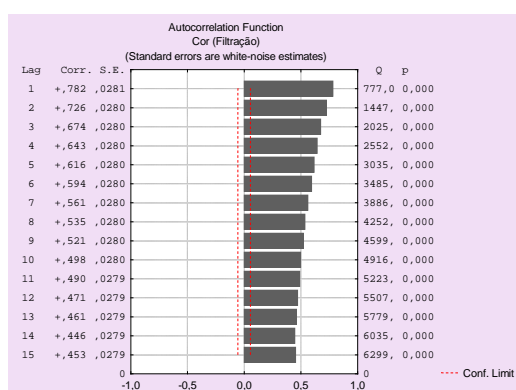


Figura II.1.2: Representação gráfica da Função de Auto-correlação da série Cor – Filtração.

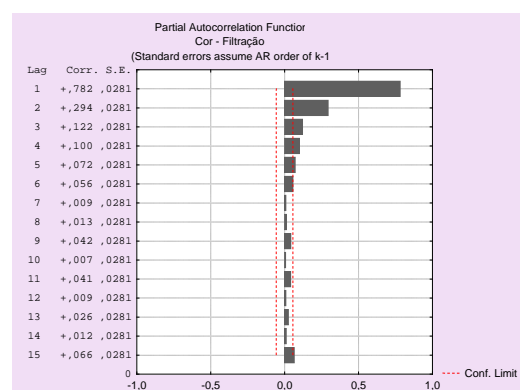


Figura II.1.4: Representação gráfica da Função de Auto-correlação Parcial da série Cor-Filtração.

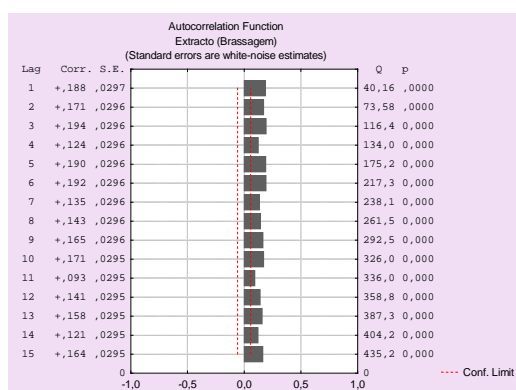


Figura II.1.5: Representação gráfica da Função de Auto-correlação da série Extracto-Brassagem.

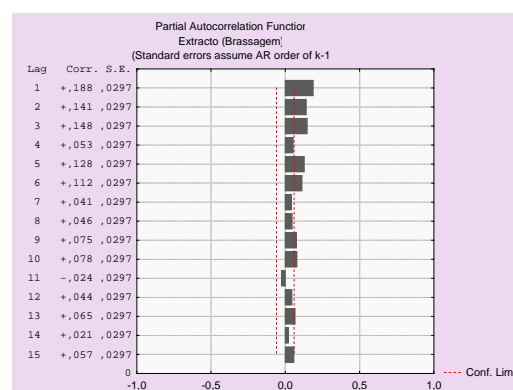


Figura II.1.8: Representação gráfica da Função de Auto-correlação Parcial da série Extracto-Brassagem.

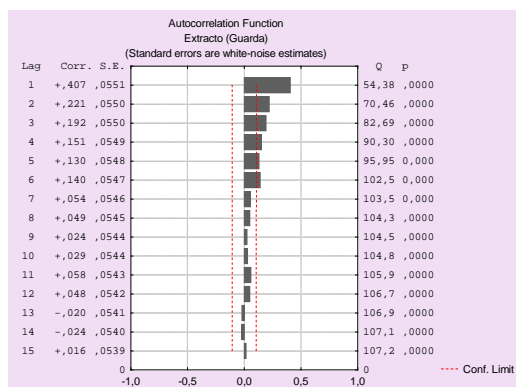


Figura II.1.6: Representação gráfica da Função de Auto-correlação da série Extracto – Guarda.

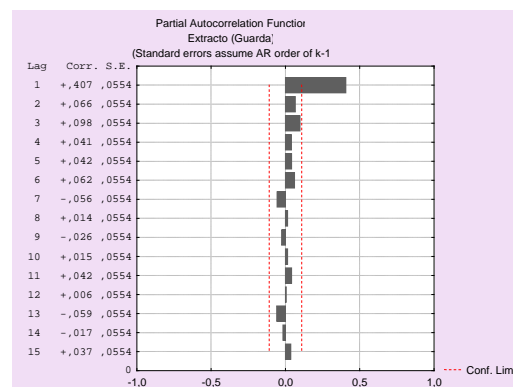


Figura II.1.9: Representação gráfica da Função de Auto-correlação Parcial da série Extracto-Guarda.

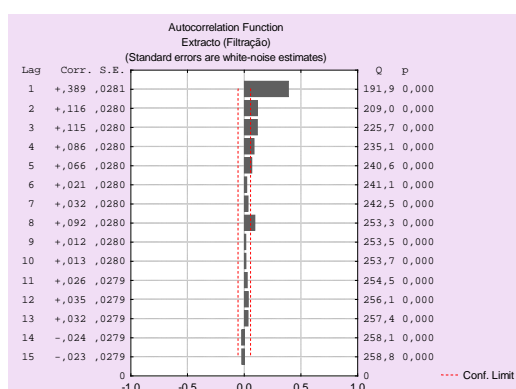


Figura II.1.7: Representação gráfica da Função de Auto-correlação da série Extracto – Filtração.

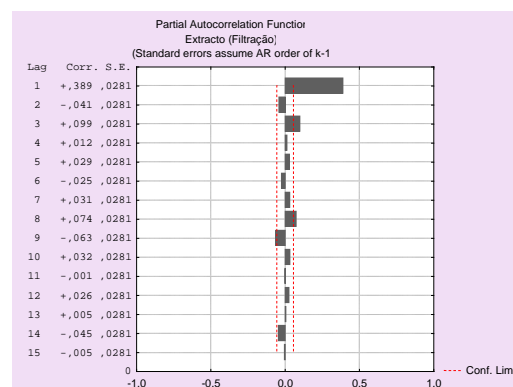


Figura II.1.10: Representação gráfica da Função de Auto-correlação Parcial da série Extracto – Filtração.

II.2 FASE I: Cartas de Controlo SCC

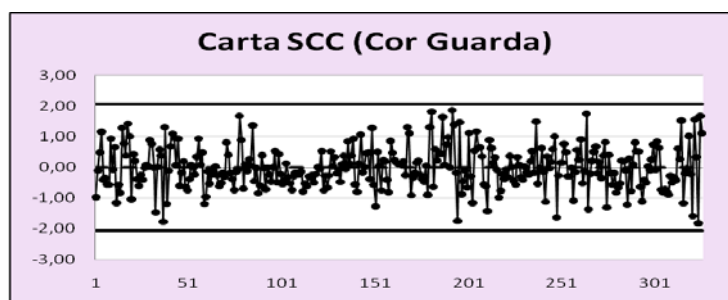


Figura II.2.1: Carta de Controlo de resíduos SCC considerando a série de dados Cor - Guarda.

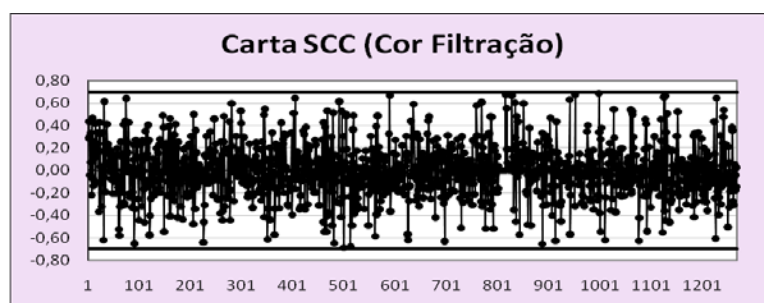


Figura II.2.2: Carta de Controlo de resíduos SCC considerando a série de dados Cor - Filtração.

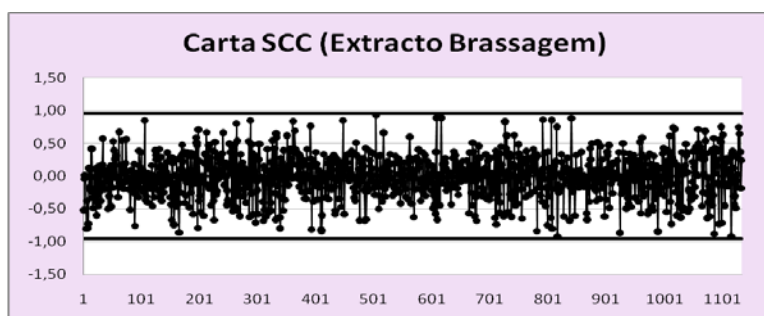


Figura II.2.3: Carta de Controlo de resíduos SCC considerando a série de dados Cor – Brassagem.

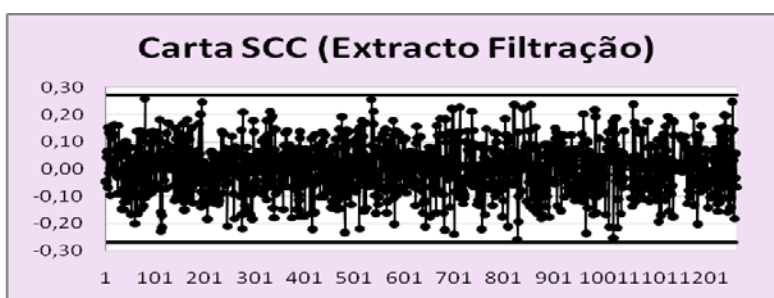


Figura II.2.4: Carta de Controlo de resíduos SCC considerando a série de dados Extracto - Filtração.

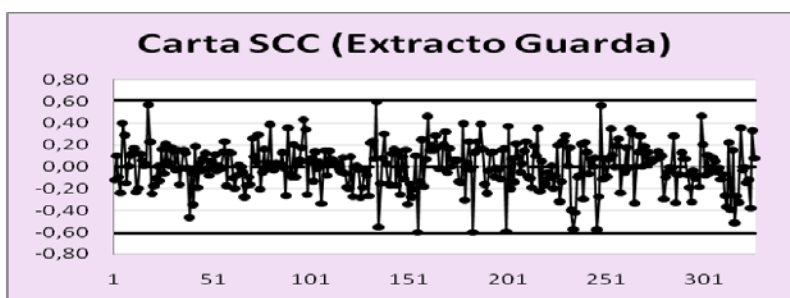


Figura II.2.5: Carta de Controle de resíduos SCC considerando a série de dados Extracto - Guarda.

II.3 Validação dos Modelos ARIMA Escolhidos na Fase I

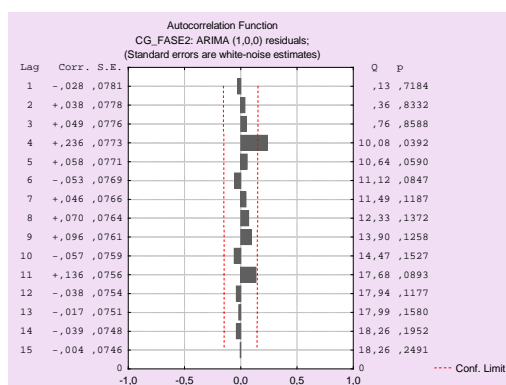


Figura II.3.1: Função de Auto-correlação (FAC) para verificação do modelo ARIMA escolhido na Fase I (Cor - Guarda).

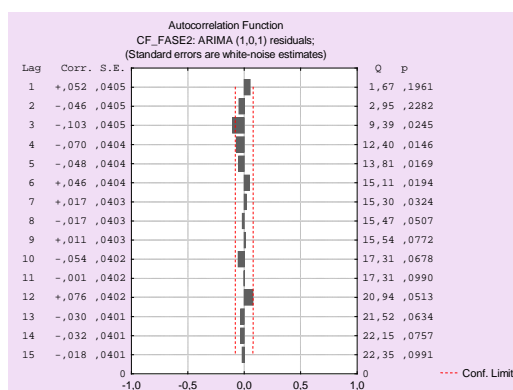


Figura II.3.2: Função de Auto-correlação (FAC) para verificação do modelo ARIMA escolhido na Fase I (Cor - Filtração).

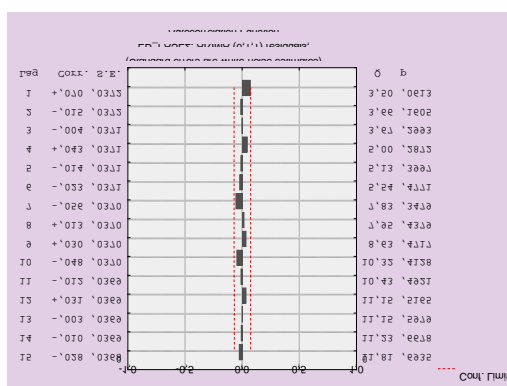


Figura II.3.3: Função de Auto-correlação (FAC) para verificação do modelo ARIMA escolhido na Fase I (Extracto – Brassagem).

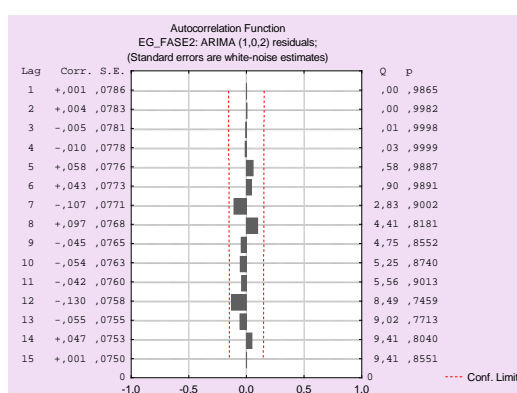


Figura II.3.4: Função de Auto-correlação (FAC) para verificação do modelo ARIMA escolhido na Fase I (Extracto – Guarda).

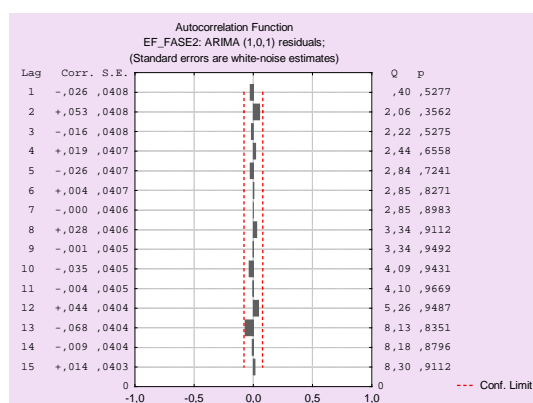


Figura II.3.5: Função de Auto-correlação (FAC) para verificação do modelo ARIMA escolhido na Fase I (Extracto – Filtração).

II.4 Verificação da Normalidade dos Dados

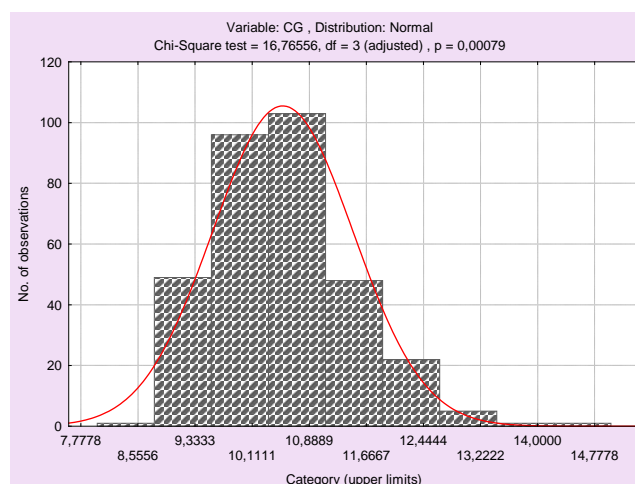


Figura II.4.1: Gráfico de análise da Normalidade dos dados da característica Cor na fase de Guarda.

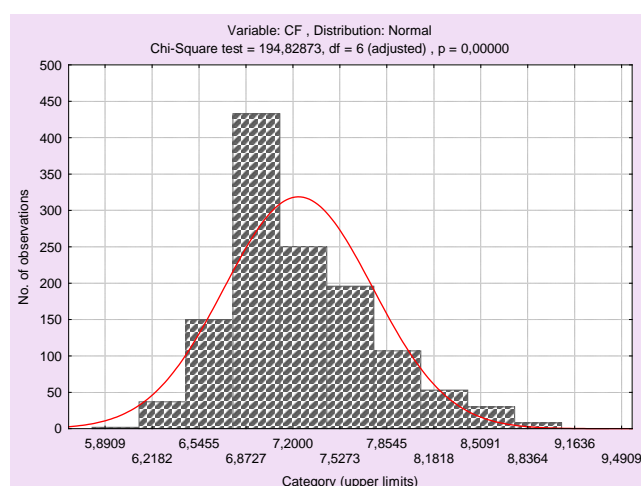


Figura II.4.2: Gráfico de análise da Normalidade dos dados da característica Cor na fase de Filtração.

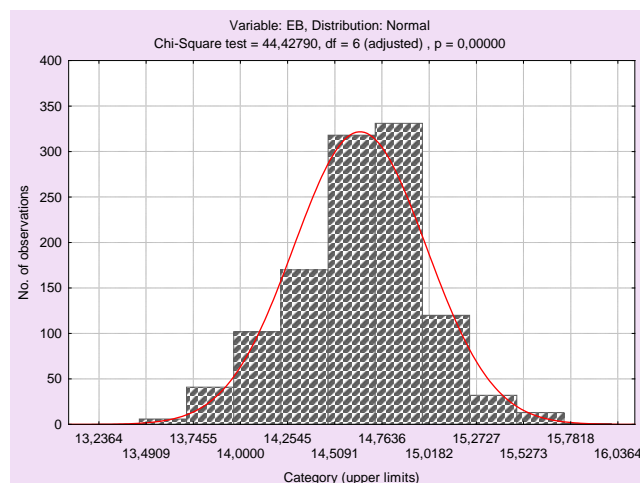


Figura II.4.3: Gráfico de análise da Normalidade dos dados da característica Extracto na fase de Brassagem.

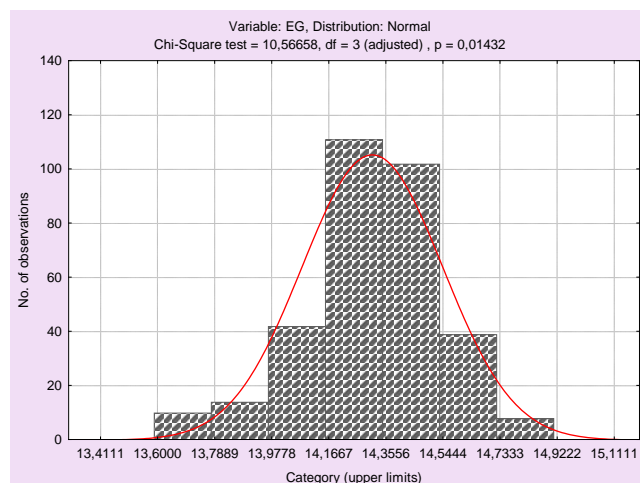


Figura II.4.4: Gráfico de análise da Normalidade dos dados da característica Extracto na fase de Guarda.

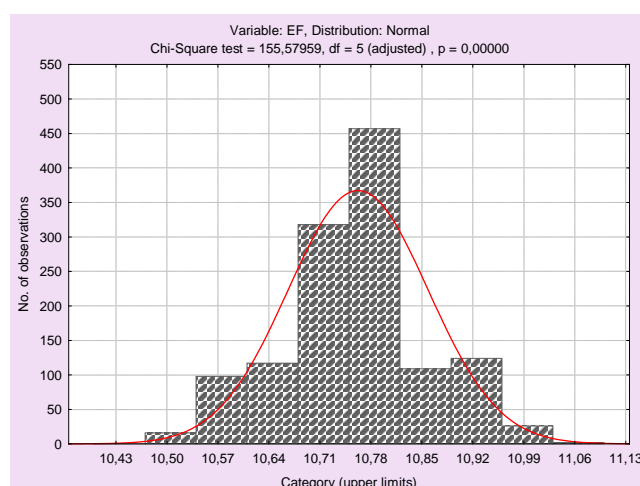


Figura II.4.5: Gráfico de análise da Normalidade dos dados da característica Extracto na fase de Filtração.

III. Análise Comparativa do Desempenho das Cartas de Controlo a Alterações na Média do Processo para um Modelo AR(1)

Na presente simulação foram utilizados os mesmos valores - desvio padrão, média e constantes necessárias à determinação dos limites de controlo das cartas – da simulação referente à característica Cor na fase de Brassagem.

Os resultados da simulação para o modelo AR(1), com $\phi = 0,5$ e $T_c = 0,4$, encontram-se apresentados da Tabela III.1. Sendo os valores apresentados referentes aos valores de ARL obtidos para cada uma das alterações introduzidas (Valor de SDRL entre parênteses).

Tabela III.1: Valores de ARL e SDRL para diferentes alterações no parâmetro médio de um processo AR(1).

	SCC	EWMA Resíduos	EWMAST	MCEWMA
δ	K = 3,000	L = 2,8585	L = 2,47665	L = 3,4499
0	371,393 (370,452)	370,522 (366,122)	370,347 (363,271)	370,202 (492,107)
0,5	155,808 (154,449)	34,061 (30,663)	33,942 (27,053)	345,224 (480,826)
1	44,908 (43,264)	10,787 (5,848)	10,533 (5,162)	283,879 (456,681)
1,5	15,985 (14,467)	6,233 (2,319)	6,465 (1,984)	192,299 (396,288)
2	7,289 (5,788)	4,588 (1,278)	5,010 (1,072)	86,736 (281,816)
2,5	4,256 (2,699)	3,784 (0,849)	4,291 (0,722)	20,361 (133,346)
3	3,001 (1,410)	3,307 (0,608)	3,838 (0,577)	3,388 (31,413)

Para uma melhor visualização e comparação dos resultados obtidos para cada uma das cartas, encontram-se representados nas figuras seguintes os respectivos valores de ARL.

A Figura III.2 representa uma ampliação da Figura III.1 de modo a facilitar a comparação, entre as várias cartas, dos valores de ARL e SDRL aquando de alterações médias e grandes na média do processo.

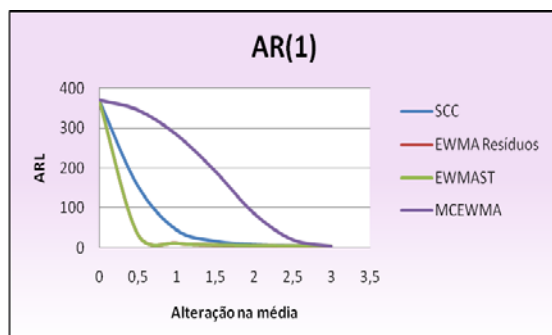


Figura II.4: Alterações no parâmetro da média do processo (AR(1)).

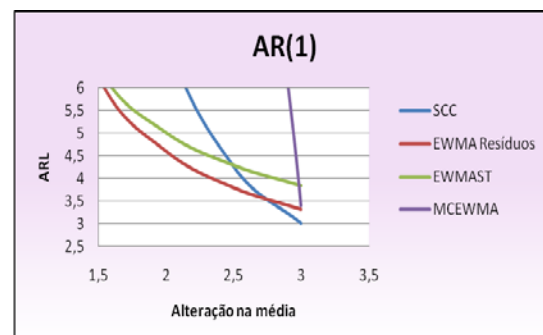


Figura II.42: Ampliação das alterações no parâmetro da média do processo (AR(1)).

Através da análise comparativa das Tabelas III.1 e 5.8 verifica-se que em ambos os casos os valores obtidos para as cartas SCC e EWMAres são semelhantes. Esta situação seria expectável, uma vez que ambas as cartas são aplicadas directamente aos valores dos resíduos, não dependendo por isso dos modelos matemáticos escolhidos. Verifica-se também por comparação, um melhor desempenho da carta EWMAST no caso de um modelo AR(1) para pequenas alterações. Relativamente à carta MCEWMA o modelo AR(1) apresenta um pior desempenho, considerando o valor de SDRL que se apresenta bastante mais elevado. Como estas cartas são sensíveis à auto-correlação dos dados, as diferenças encontradas nos resultados das simulações seriam expectáveis.

Em suma, tal como descrito por Matos (2005) as piores cartas para pequenas alterações no caso de um modelo AR(1) são as SCC e MCEWMA. Por outro lado a carta EWMAST apresenta um melhor desempenho para pequenas alterações e a carta EWMA de resíduos para alterações moderadas a elevadas, tal como descrito por Reynolds e Lu (1997).